

Wiskundeonderwijs op het Nederlandse vwo vergeleken met Vlaanderen & Duitsland

Juni 2013

Colofon

Auteur: L. Kaper

E-mail: l.kaper@students.uu.nl

Begeleider: Henk van der Kooij, Freudenthal Instituut.

Dit onderzoek is uitgevoerd in opdracht van Platform Wiskunde Nederland. De opdrachtgever is Frits Beukers, commissie onderwijs Platform Wiskunde Nederland.

Inhoudsopgave

Samenvatting.....	5
Inleiding & onderzoeksvraag.....	7
Theoretisch kader	8
Methode	13
Beschrijving Nederland.....	17
Onderwerp 1: inrichting onderwijs	17
Onderwerp 2: verschillende wiskundevakken	18
Onderwerp 3: onderwijstijd	20
Onderwerp 4: curriculum	21
Onderwerp 5: examinering	22
Onderwerp 6: toelating tot de universiteit	24
Onderwerp 7: opleiding docenten	24
Beschrijving Vlaanderen	26
Onderwerp 1: inrichting onderwijs	26
Onderwerp 2: verschillende wiskundevakken	27
Onderwerp 3: onderwijstijd	29
Onderwerp 4: curriculum	30
Onderwerp 5: examinering	30
Onderwerp 6: toelating tot de universiteit	31
Onderwerp 7: opleiding docenten	31
Beschrijving Duitsland	33
Onderwerp 1: inrichting onderwijs	33
Onderwerp 2: verschillende wiskundevakken	34
Onderwerp 3: onderwijstijd	34
Onderwerp 4: curriculum	35
Onderwerp 5: examinering	36
Onderwerp 6: toelating tot universiteit.....	36
Onderwerp 7: opleiding docenten	36
Samenvatting beschrijvingen Nederland, Vlaanderen en Duitsland	37
Vergelijking.....	39
Onderwerp 1: inrichting onderwijs	39
Onderwerp 2: verschillende wiskundevakken	42
Onderwerp 3: onderwijstijd	43

Onderwerp 4: curriculum	45
Onderwerp 5: examinering	45
Onderwerp 6: toelating tot de universiteit	46
Onderwerp 7: opleiding docenten	46
Conclusie & discussie	47
Bibliografie	50
Bijlage 1: vragenlijst docenten	54
Bijlage 2: vragenlijst buitenland	55
Bijlage 3: verklarende woordenlijst	58
Bijlage 4: overzicht examinering in centraal examen en schoolexamen in Nederland	59
Bijlage 5: inrichting onderwijs in Vlaanderen.....	62
Bijlage 6: inrichting onderwijs in Duitsland.....	63
Bijlage 7: curriculum in Nederland.....	65
Bijlage 8: curriculum in Vlaanderen	69
Bijlage 9: curriculum in Duitsland	75

Samenvatting

In Nederland is er vaak discussie over de vorm en inhoud van het wiskundeonderwijs, denk bijvoorbeeld aan de recente discussie over nieuwe curricula voor 2015 (Van den Bogaart, 2008; Van de Craats, 2009b; Landsman, 2009; Siersma, 2008, 2009). Al diverse keren zijn er onderwijsvernieuwingen geweest waardoor de inhoud en opzet van de wiskundevakken veranderden (zie voor een overzicht van de leerplanwijzigingen tot 1999 Groen (2000)). Daarnaast is de studielast voor wiskunde voor leerlingen die opgeleid worden in de bèta en de economische richting respectievelijk met 21% en 13% afgenomen (Onderwijsraad, 2011). Om argumenten te krijgen in deze discussies is het goed het onderwijs in Nederland te vergelijken met het buitenland. Daarom is in opdracht van Platform Wiskunde Nederland onderzoek gedaan naar de volgende onderzoeksvraag: “Welke verschillen zijn er in het wiskundeonderwijs op het gebied van onderwijstijd, curriculum, examinering, toelating tot de universiteit en opleiding van de docenten tussen Nederland en het buitenland?”

Deze onderzoeksvraag is beperkt tot de bovenbouw van het vwo in Nederland en vergelijkbare niveaus in het buitenland. Daarnaast is naar de naaste buurlanden gekeken, namelijk Vlaanderen en Duitsland. Om de vraag te beantwoorden, werd allereerst het onderwijs in Nederland in kaart gebracht. Aan de hand daarvan werden de vragen voor het buitenland opgesteld. De beschrijving van het onderwijs in het buitenland werd gemaakt met behulp van experts. In Vlaanderen was dat Johan Deprez, lerarenopleider aan de universiteit Antwerpen en docent wiskunde aan de faculteit economie en management van de hogeschool-universiteit Brussel. In Duitsland, in het bijzonder Noordrijn-Westfalen, waren dat Andreas Büchter en Rainer Kaenders. Beide zijn verbonden als lerarenopleider aan de universiteit van Keulen. Met behulp van de beschrijvingen van het buitenland konden de drie onderwijssystemen naast elkaar gelegd en vergeleken worden.

Om de onderzoeksvraag te beantwoorden, moest eerst bepaald worden waaraan de bovenbouw van het vwo in het buitenland ongeveer gelijk is. In Vlaanderen is dit de tweede en derde graad van het aso (algemeen secundair onderwijs). Voor Duitsland heeft de *Gymnasiale Oberstufe* de meeste overeenkomsten met de bovenbouw van het Nederlandse vwo. In alle drie de landen is het voor leerlingen mogelijk om een keuze te maken uit een wiskundevak. In Nederland is er keuze uit wiskunde A, B, C en D, in Vlaanderen uit een 3-uurs, 4-uurs en 6-uursvariant in de derde graad en in Duitsland uit de *Grundkurse* en de *Leistungskurse*.

Qua onderwijstijd liggen de vakken met de minste uren redelijk dicht bij elkaar. Voor de leerlingen die opgeleid worden voor een bètarichting zijn er wel grote verschillen. In Nederland volgt 1% van het totaal aantal leerlingen wiskunde D, dat samen met wiskunde B, voor een hoge onderwijstijd zorgt vergeleken met het buitenland. De 9% van de leerlingen met alleen wiskunde B, die opgeleid worden voor een bètarichting, hebben beduidend minder onderwijstijd dan de 13% van de leerlingen met de *Leistungskurse* in Duitsland, de 15% van de leerlingen met de 6-uursvariant en ongeveer evenveel als de 5% van de leerlingen met de 4-uursvariant in Vlaanderen.

Op het gebied van het curriculum is het grootste verschil dat Nederland een splitsing van onderwerpen heeft bij de verschillende vakken, terwijl Vlaanderen en Duitsland bij vakken met minder uren dezelfde onderwerpen behandelen, maar minder diepgaand.

De examinering verschilt ook tussen de landen. In alle drie de landen is er examinering door de school, die aan bepaalde door de overheid ingestelde eisen moet voldoen. In Nederland en Duitsland is er daarbij ook een centraal examen, dat in opdracht van de overheid opgesteld wordt. Dit examen wordt in Duitsland afgenomen voor slechts vier (van de tien gevolgde) vakken. In Nederland is er een centraal examen voor bijna elk vak, op wiskundegebied is wiskunde D een uitzondering.

In Nederland bepaalt de keuze voor wiskunde mede tot welke vervolgstudies leerlingen worden toegelaten op de universiteit. Daarentegen geldt in Vlaanderen en Duitsland een open beleid, waarbij een diploma toelating verschaft tot elke universitaire studie op een aantal studies met toelatingsexamen na.

De docentenopleidingen in Nederland en Vlaanderen lijken sterk op elkaar. Studenten in deze landen kunnen kiezen tussen een lerarenopleiding op een hogeschool of de universiteit. Op de hogeschool worden studenten in een respectievelijk vier en driejarige opleiding opgeleid tot docent voor de lagere klassen. Aan de universiteit volgen studenten een eenjarige lerarenopleiding na een universitaire opleiding wiskunde. Deze docenten mogen ook aan de hogere klassen lesgeven. In Duitsland is de docentenopleiding altijd op universitair niveau en daarbij volgen studenten een vijfjarige universitaire studie in de richting van onderwijs.

Inleiding & onderzoeksvraag

Regelmatig vinden er in Nederland discussies plaats over het wiskundeonderwijs, bijvoorbeeld bij de vernieuwing van het curriculum (zie voor een overzicht van de curriculumvernieuwing tot 1999 Groen (2000) en voor de huidige discussie over de nieuwe wiskundeprogramma's voor 2014 Van den Bogaart, 2008; Van de Craats, 2009b; Landsman, 2009; Siersma, 2008, 2009). Één van de van de daarbij horende discussiepunten is de onderwijstijd (denk bijvoorbeeld aan de actie Lieve Maria in 2006 (Van Rest & Hauwert, 2006)). De afgelopen jaren met de verandering van wiskunde B_{1,2} naar wiskunde B is de studielast voor leerlingen die opgeleid worden voor een bètastudie met 21% gedaald (Onderwijsraad, 2011). Ook voor leerlingen die opgeleid worden voor onder andere een economische studie is de studielast met de verandering van wiskunde A_{1,2} naar wiskunde A gedaald, namelijk met 13% (Onderwijsraad, 2011).

Het vermoeden bestaat dat de huidige lestijd voor middelbare scholieren in de bovenbouw voor wiskunde in Nederland, ten opzichte van andere landen, laag is. In de onderbouw is datzelfde verschijnsel namelijk ook zichtbaar. Tijdens PISA (Programme for International Student Assessment), een internationaal onderzoek naar het niveau van lezen, wiskunde en natuurwetenschappen onder vijftienjarigen, wordt de lestijd gemeten van het onderwijs voor deze gebieden onder de doelgroep. Van de OECD landen heeft Nederland de minste lestijd voor wiskunde met gemiddeld 2,5 uur per week (OECD, 2004). Dit is 10,5% van de totale lestijd. Het gemiddelde van de OECD landen is 3,3 uur per week. Dit is 13,5% van de totale lestijd. Dit maakt duidelijk dat de onderwijstijd in Nederland vergeleken met het buitenland voor wiskunde inderdaad erg laag is. Voor de bovenbouw is de vraag of een vergelijking datzelfde resultaat geeft.

De kwaliteit van het wiskundeonderwijs wordt niet alleen bepaald door de tijd die besteed wordt aan wiskunde, maar ook door wat er tijdens deze onderwijstijd gebeurt. Dit gaat over de inhoud en de didactiek van het wiskundeonderwijs. De inhoud van het wiskundeonderwijs ligt vast in het curriculum. Daarbij is ook de vorm van examinering belangrijk, omdat dat bepaalt wat er van deze inhoud daadwerkelijk getoetst wordt. De didactiek van het wiskundeonderwijs wordt vooral bepaald door de docent die voor de klas staat. In dit kader is de opleiding tot docent dus belangrijk. Daarom wordt in dit onderzoek naast onderwijstijd ook gekeken naar het curriculum, de examinering en de opleiding tot docent.

Als laatste wordt ook gekeken naar het doel van het wiskundeonderwijs. Als leerlingen in hun vervolgopleidingen geen wiskunde meer krijgen, dan is het doel van de wiskundeles om hen voor te bereiden op wiskunde in het dagelijks leven. Daarentegen heeft een leerling die natuurkunde gaat studeren wiskunde nodig als hulpwetenschap. Het wiskundeonderwijs voor deze leerlingen zal als doel hebben wiskunde te onderwijzen als hulpwetenschap en de aansluiting met de universiteit mogelijk te maken. Als laatste is wiskunde in zichzelf de moeite waard om te bestuderen, dit komt onder andere tot uitdrukking in het voorbereiden en interesseren van leerlingen voor een wiskundestudie. In dit onderzoek wordt daarom ook gekeken naar de toelating tot de universiteit met de verschillende wiskundevakken.

Doel van dit onderzoek is het beantwoorden van de volgende vraag: "Welke verschillen zijn er in het wiskundeonderwijs op het gebied van onderwijstijd, curriculum, examinering, toelating tot de universiteit en opleiding van de docenten tussen Nederland en het buitenland?"

Theoretisch kader

Een aantal begrippen uit de onderzoeksvraag, namelijk onderwijstijd, curriculum, examinering en universiteit, kunnen op verschillende manieren geïnterpreteerd worden of hebben niet in alle landen dezelfde betekenis. Daarom worden deze begrippen in dit theoretisch kader gedefinieerd. In het geval dat het begrip op meerdere manieren kan worden geïnterpreteerd wordt er ook gereflecteerd op de implicaties voor het onderzoek van de gekozen definitie.

Onderwijstijd

Bij onderwijstijd wordt allereerst gedacht aan de tijd dat leerlingen in het klaslokaal zitten met een docent voor de klas. Toch hoeft de tijd dat leerlingen in een klaslokaal zitten niet voor alle leerlingen in een klas gelijk te zijn. Naast de reguliere lessen, die alle leerlingen volgen, zijn er in veel landen voor zwakke leerlingen extra lessen of voor de betere leerlingen verrijkingslessen (OECD, 2004). Naast de tijd op school leren leerlingen op andere locaties. Bijvoorbeeld door het maken van huiswerk, het werken met een tutor of het volgen van buitenschoolse activiteiten die met wiskunde te maken hebben (OECD, 2004).

In Nederland wordt in de bovenbouw van de havo en het vwo gebruik gemaakt van het begrip studielastuur om aan te geven hoeveel tijd een leerling zou moeten besteden aan een vak. Dit betekent dat het zowel de tijd in de klas, als de huiswerk en projecttijd voor het vak aanduidt in uren. Natuurlijk is de tijd die leerlingen aan een vak besteden niet voor alle leerlingen gelijk, want de ene leerling zal veel langer met huiswerk bezig zijn dan een ander. Toch geeft het een indicatie van de tijd die leerlingen bezig zijn met een vak of een onderdeel van een vak. Hierbij is het totaal aantal studielastuur voor een vak door de overheid vastgelegd, maar mag de school zelf invulling geven aan deze uren. Dit betekent zowel dat de school zelf bepaald hoeveel uren de leerlingen voor wiskunde in het klaslokaal zitten, als ook dat de tijd die aan een deelonderwerp besteed wordt zelf bepaald mag worden.

Dit begrip is in het buitenland niet bekend, zo wordt in Duitsland de tijd dat een leerling per week in het klaslokaal zit voor het vak wiskunde door de overheid bepaald. Dit sluit aan bij de definitie die de Nederlandse onderwijsinspectie hanteert. Deze definiëren onderwijstijd als de onderwijsactiviteiten waarbij aan de volgende eisen is voldaan:

- 1) Het onderwijs moet onder de pedagogisch-didactische verantwoordelijkheid van daartoe bekwaam onderwijspersoneel worden uitgevoerd.
- 2) Het onderwijs moet deel uitmaken van het door de school geplande en voor de leerlingen verplichte onderwijsprogramma.
- 3) Het onderwijs moet door een inspirerend en uitdagend karakter bijdragen aan een zinvolle invulling van de totale studielast van leerlingen. (Onderwijsinspectie Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen, z.d., p. 1)

De definitie van onderwijstijd in dit onderzoek sluit hier bij aan. Onderwijstijd voor wiskunde wordt gedefinieerd als de tijd dat leerlingen per leerjaar volgens het rooster in de wiskundeles zitten onder leiding van een wiskundeleraar. Hierbij wordt ervan uitgegaan dat de reguliere lessen bijdragen aan een zinvolle invulling van de totale studielast.

Daarnaast wordt er in dit onderzoek kort gekeken naar huiswerktijd, maar dit zal bij schattingen blijven, omdat over het algemeen de huiswerktijd van leerlingen niet bekend is en erg varieert onder de leerlingen.

Er zijn nadelen aan de keuze voor de definitie van onderwijstijd voor wiskunde als de tijd dat leerlingen per leerjaar in een klaslokaal zitten voor het vak wiskunde onder leiding van een bekwame docent. Allereerst bevat deze definitie slechts een gedeelte van de tijd dat leerlingen met wiskunde bezig zijn, omdat bijvoorbeeld huiswerk en extra lessen wiskunde niet zijn meegenomen. Bijvoorbeeld in Vlaanderen zijn er twee lessen per week beschikbaar die vrij ingevuld kunnen worden door de school en/of de leerling. In deze twee uren wordt vaak op een andere manier

gewerkt dan tijdens de reguliere lessen, bijvoorbeeld in projectvorm. Deze uren kunnen ook gebruikt worden om aandacht te besteden aan wiskunde. Deze tijd die aan wiskunde besteed wordt, wordt op deze manier buiten beschouwing gelaten.

Ten tweede is wiskunde een cumulatief vak (Van de Craats, 2009a). Daarmee wordt bedoeld dat met de kennis die in eerdere lessen opgedaan wordt verder gebouwd wordt aan de wiskundekennis van de leerling. Dit betekent dat door naar de lestijd per jaar te kijken er niet meer gekeken wordt naar de lestijd die leerlingen in lagere klassen hebben gehad. Als leerling in eerdere jaren meer wiskundeonderwijs hebben gehad, dan is de verwachting dat zij meer kennis en vaardigheden hebben. Doordat wiskunde voortbouwt op eerdere kennis en vaardigheden, kan dit grote gevolgen hebben voor de inhoud in latere jaren. Wanneer dit onderzoek aangeeft dat in een bepaalde periode leerlingen in een land minder onderwijstijd voor wiskunde hebben, maar deze leerlingen in eerdere jaren meer uren wiskunde hebben gehad, dan zou het niveau van de leerlingen aan het einde van de middelbare school gelijk kunnen zijn of zelfs voor degene met minder uren hoger. Daarom zal dit onderzoek ook kijken naar het curriculum om dit niveau te vergelijken.

Ten derde wordt in onderzoek naar de effectiviteit van tijd in het onderwijs (Aronson, Zimmerman, & Carlos, 1998) geconcludeerd dat er tussen de tijd die de leerling op school aanwezig is en de prestaties van de leerling geen verband is. Dit komt doordat de leerling, terwijl hij op school is zich ook bezig houdt met andere dingen, zoals pauzes en het lopen naar een ander klaslokaal. Ook in de les zelf wordt een gedeelte van de tijd besteed aan niet-inhoudelijke gedeeltes, zoals orde houden en huiswerk opgeven. Op die momenten leert de leerling geen wiskunde. Ook als de leerling wel met wiskunde bezig is, maar de oefeningen niet op het juiste niveau zijn, zal de leerling weinig wiskunde leren. Onderzoek toont aan dat er geen verband gevonden wordt tussen de tijd dat leerlingen in de klas zitten en de tijd dat leerlingen daadwerkelijk leren (Aronson, Zimmerman, & Carlos, 1998; Silva, 2012). Dit betekent dat de definitie in dit onderzoek van onderwijstijd als de tijd dat leerlingen in het klaslokaal zitten geen verband geeft met de leerprestaties van de leerling. In het vergelijken van landen heeft dat als gevolg dat er niet geconcludeerd kan worden dat als een land veel meer onderwijstijd heeft de leerlingen veel meer leren. Om die conclusie te kunnen trekken is het belangrijk om ook te weten of de lessen effectief besteed worden. Hier zal in dit onderzoek geen uitspraak over gedaan kunnen worden, omdat dit per docent en school kan verschillen en er geen bezoeken aan lessen is gebracht. Hoewel het curriculum uitspraak zal doen over wat er tijd het curriculum geleerd wordt.

Ondanks deze nadelen is gekozen voor deze definitie. Allereerst omdat deze tijd makkelijk meetbaar is. De tijd dat een leerling actief op het juiste niveau tijdens de les werkt, is nauwelijks meetbaar. En zelfs de tijd dat leerlingen inhoudelijk bezig zijn in de les, is lastig meetbaar. Daarentegen is de tijd dat leerlingen in een klaslokaal wiskundeles hebben eenvoudig meetbaar. Ten tweede is deze tijd bekend in de verschillende landen. Voor de tijd dat leerlingen op verschillende scholen bezig zijn met verrijkingslessen of extra lessen geldt dat het sterk per leerling en per school verschilt. Hierdoor is dat voor een geheel land lastig te meten, zeker met de middelen die voor dit onderzoek beschikbaar zijn.

Curriculum

Om een curriculum te analyseren wordt regelmatig gebruik gemaakt van het IEA Tri-Partite model van Curriculum. Dit model wordt onder andere gebruikt bij de TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) onderzoeken (Houang & Schmidt, 2008). In dit model wordt uitgegaan van drie verschillende niveaus van het curriculum, namelijk het beoogde, het uitgevoerde en het bereikte curriculum (Akker, 1998; Kuiper, 2009). Het beoogde curriculum is hetgeen het systeem, vaak de overheid, verwacht dat leerlingen leren. In de praktijk schrijft de overheid dit vaak op in documenten, in Nederland staat het curriculum in de syllabi en handreikingen voor het examenprogramma. Het uitgevoerde curriculum is wat er daadwerkelijk in de klaslokalen onderwezen wordt. Dit betekent dat het weergeeft hoe de docenten het curriculum interpreteren en hoe zij dat vervolgens in de klas vorm geven. Als laatste geeft het bereikte curriculum weer wat leerlingen kunnen laten zien dat zij weten. Vaak wordt dit getoetst door examens.

Houang en Schmidt (2008, p. 4) geven aan dat TIMSS de curriculumdocumenten ziet “als het voornaamste – en zuiverste – officiële, publieke statement van het curriculum en de intenties met het curriculum”.

De inhoud, functie en gedetailleerdheid van de curriculumdocumenten verschilt per land (Houang & Schmidt, 2008). Zo liggen er in Nederland alleen kennis- en vaardigheidseisen vast, terwijl in Vlaanderen ook motivatie eisen vastliggen. In Nederland mogen scholen zelf beslissen hoeveel tijd er besteed wordt aan het bereiken van de doelen in het curriculum, daarentegen beslist in Duitsland de overheid de hoeveelheid lestijd om de doelen in het curriculum te bereiken.

Naast de officiële curriculumdocumenten ziet TIMSS voor veel landen de boeken als een supplement waarmee gereflecteerd kan worden op deze intentie (Houang & Schmidt, 2008). In dat geval worden ze gezien als de brug tussen het beoogde en uitgevoerde curriculum. Wel wordt opgemerkt dat de status van tekstboeken tussen landen verschilt. Zo is in Nederland een uitgever vrij om tekstboeken te maken en mag hij in zekere zin zelf weten in hoeverre hij zich aan het curriculum houdt, hoewel boeken waarin het curriculum niet behandeld wordt waarschijnlijk niet verkocht worden. Daarentegen worden in Duitsland alle boeken gecontroleerd door de overheid of het curriculum wel behandeld wordt voor een school deze mag gebruiken.

In dit onderzoek wordt, net als bij TIMSS, voor het curriculum voornamelijk gekeken naar de officiële curriculumdocumenten. Het curriculum wordt dus gedefinieerd als de door de overheid vastgestelde doelen die leerlingen voor het vak wiskunde moeten halen. Dit betekent dat er voornamelijk gekeken wordt naar het beoogde curriculum en minder naar het uitgevoerde en bereikte curriculum. Een nadeel daarvan is dat minder duidelijk wordt wat leerlingen werkelijk leren en een minder duidelijk beeld geschetst wordt van wat er in de klas gebeurt. Dit is een gevolg van het feit dat wat in de klas gebeurt erg verschilt per docent en per klas. Hierdoor is het erg moeilijk een beeld te vormen over het uitgevoerde curriculum in een geheel land. Het voordeel van het kijken naar het beoogde curriculum is dat dit duidelijk is vastgelegd. Daarnaast heeft het vaak een verplichtend karakter, waardoor ervan uitgegaan kan worden dat er een zekere mate van controle op deze doelen is, bijvoorbeeld door inspecties of centrale examens.

Examinering

Het is gebruikelijk om op één of andere manier te testen of de leerlingen de eisen die in het curriculum staan halen. De manieren waarop dit gebeurt, verschilt nogal per land. In het onderzoek van PISA wordt onderscheid gemaakt tussen vijf manieren van testen: gestandaardiseerde testen; portfolio's van leerlingen; beoordeling van docenten; door docenten ontwikkelde toetsen; huiswerk of andere projecten die leerlingen thuis maken (OECD, 2004).

In de meeste landen wordt een combinatie van meerdere van deze testen gebruikt. Daarnaast wordt er in de meeste landen onderscheid gemaakt tussen tussentijdse testen om de voortgang van de leerling te monitoren en te beoordelen of hij/zij naar een volgende klas mag en eindtoetsen, die bepalen of een leerling zijn diploma krijgt.

In dit onderzoek is examinering gedefinieerd als de testen die gebruikt worden om te bepalen of een leerling zijn examen haalt en welk cijfer daarbij op zijn diploma staat. Het monitoren van tussentijdse resultaten is vaak niet door de overheid vastgelegd en verschilt daardoor erg per school. Hierdoor is het lastig om een algemeen beeld van een land te vormen. Daarentegen is de examinering voor het behalen van het diploma vaak vastgelegd. Daarnaast wordt in de examinering voor het diploma zichtbaar of de leerlingen de doelen in het curriculum halen, dus is de tussentijdse monitoring minder belangrijk.

Universiteit

In Nederland zijn er twee vormen van hoger onderwijs, namelijk het hoger beroepsonderwijs (HBO) en wetenschappelijk onderwijs (WO). Dit laatste onderwijs is meer theoretisch en wordt onderwezen aan een universiteit. Wanneer er in Nederland over een universiteit gesproken wordt, gaat het dus automatisch over wetenschappelijk onderwijs. In het buitenland is dit verschil minder duidelijk. In diverse landen, zoals Engeland en Spanje, wordt aan de universiteiten zowel beroepsgericht als wetenschappelijk onderwijs gegeven.

In dit onderzoek wordt het begrip universiteit op de Nederlandse manier gebruikt. Daarom wordt eerst nader toegelicht wat het onderscheid is tussen het Nederlandse hbo en de universiteit. Daarna zal ingegaan worden op het internationale systeem van classificatie van onderwijs, ISCED genaamd. Aan de hand daarvan zal de definitie die in dit onderzoek gebruikt wordt, worden uitgewerkt.

Het Nederlands Nationaal Kwalificatieraamwerk Hoger Onderwijs (Nederlands-Vlaamse accreditatieorganisatie, 2008) geeft aan dat er diverse verschillen bestaan tussen het onderwijs op een hbo-instelling en een universiteit (zie Tabel 1)

Tabel 1: Een overzicht van de verschillen tussen hbo en universiteit.

	HBO	Universiteit
Eindkwalificaties	De eindkwalificaties worden ontleend aan de bedrijfsprofielen en/of beroepscompetenties opgesteld door het relevante beroepsveld. Daarnaast wordt gebruikt gemaakt van eventuele (inter)nationale wettelijke beroepsvereisten.	De eindkwalificatie worden ontleend aan de wetenschappelijke discipline, de internationale wetenschapsbeoefening en voor een aantal studies, zoals geneeskunde, de eisen voor het toekomstige beroep.
Opgeleid tot	Iemand met een hbo-bachelor wordt opgeleid tot beginnend uitvoerbaar van een bepaald beroep.	Iemand met een wo-master wordt opgeleid om zelfstandig wetenschappelijk onderzoek te verrichten of multi- en interdisciplinaire vraagstukken op te lossen in een beroepspraktijk waarvoor een wo-opleiding vereist is of dienstig is.
Kennisontwikkeling	De kennis wordt ontwikkeld door vakliteratuur, aan de beroepspraktijk ontleend studiemateriaal en via interactie met de beroepspraktijk en (toegepast) onderzoek.	De kennis wordt ontwikkeld door interactie van het onderwijs en het wetenschappelijk onderzoek binnen relevante disciplines.
Doel	Het doel is de ontwikkeling van beroepsvaardigheden te waarborgen.	Het doel is de ontwikkeling van wetenschappelijke onderzoeksvaardigheden te waarborgen.
Docenten	Het onderwijs wordt verzorgd door docenten die een verband leggen met de beroepspraktijk.	Het onderwijs wordt (gedeeltelijk) verzorgd door onderzoekers die een bijdrage leveren aan de ontwikkeling van hun vakgebied.

Het verschil dat in al deze punten duidelijk wordt is de beroepsoriëntatie van het hbo en de wetenschappelijke oriëntatie van de universiteit.

Dit Nederlandse onderscheid wordt niet in alle landen gemaakt. De UNESCO heeft een international classificatiesysteem ontwikkeld om het onderwijs in landen te vergelijken, namelijk de International Standard Classification of Education (ISCED). Hiermee kan elk land zijn onderwijs een code geven, waardoor er tussen de verschillende landen uitgewisseld kan worden welk niveau het onderwijs heeft. In de ISCED-1997 (OECD, 1999) is er geen onderscheid te maken tussen het Nederlandse hbo en de universiteit, maar krijgen ze allebei code 5A.

Recentelijk is de ISCED-2011 (UNESCO Institute for Statistics, 2012) ontwikkeld. Hierin wordt er onderscheid gemaakt tussen code 64 en 65, waarin code 64 een bachelor of equivalente opleiding is met een academische oriëntatie en code 65 een bachelor of equivalentie opleiding met een beroepsoriëntatie. Volgens de eerder genoemde verschillen valt in Nederland de universiteit dus onder code 64 en het hbo onder code 65.

In deze codes wordt het grote verschil in oriëntatie tussen hbo en universiteit duidelijk.

In dit onderzoek zal het begrip universiteit beschouwd worden als code 64 uit de ISCED 2011. Dit betekent dat de universiteit gedefinieerd wordt als tertiair onderwijs op bachelor of equivalent niveau met een academische oriëntatie.

Methode

Dit onderzoek beperkt zich tot de bovenbouw van het vwo en twee buitenlandse landen: Vlaanderen en Duitsland. Er is gekozen voor de bovenbouw van het vwo, omdat daar een sterke daling zichtbaar is van de onderwijstijd voor wiskunde (Onderwijsraad, 2011). Daarnaast wordt de bovenbouw nauwelijks onderzocht in grootschalige vergelijkingsonderzoeken als TIMSS en PISA. De keuze voor Vlaanderen en Duitsland had allereerst praktische overwegingen: deze landen zijn goed bereikbaar vanuit Nederland en daarnaast geeft de taal weinig problemen. Ook zijn Vlaanderen en Duitsland de landen waar Nederland veel mee te maken heeft. Op Nederlandse universiteiten, zeker in de grensstreken, stromen Duitse en Vlaamse studenten binnen. Andersom geldt datzelfde voor Nederlandse studenten die naar Duitse of Vlaamse universiteiten gaan.

De indeling van het onderwijs is in het buitenland anders. Daarom zal de bovenbouw van het vwo gedefinieerd worden als leerlingen die zestien jaar en ouder zijn en voorbereid worden op de universiteit.

De onderzoeksvraag van dit onderzoek is een vergelijkingsvraag. Voor een vergelijkingsvraag is het noodzakelijk eerst een beschrijving van de deelnemende landen te maken om daarna deze beschrijvingen met elkaar te vergelijken. Voor het maken van de beschrijving is gekeken naar zeven onderwerpen: inrichting onderwijs, verschillende wiskundevakken, onderwijstijd, curriculum, examinering, toelating tot de universiteit en opleiding van de docenten. Hierbij zijn de volgende deelvragen als uitgangspunt genomen.

Onderwerp 1: inrichting van het onderwijs

1. Hoe is het onderwijs opgebouwd?
2. Op welke leeftijd beginnen leerlingen aan het middelbaar onderwijs?
3. Is er differentiatie naar de capaciteiten van de leerling op de middelbare school?
 - 3.1. Welke niveaus van onderwijs zijn er?
 - 3.2. Hoeveel jaren duren de verschillende niveaus?
 - 3.3. Welk percentage leerlingen gaat naar de verschillende niveaus?
 - 3.4. Wat zijn de doorstroommogelijkheden (naar hoger onderwijs, naar elkaar) vanuit de niveaus?
 - 3.5. Als er geen verschillende niveaus zijn, hoe wordt er gedifferentieerd tussen de leerlingen?
4. Hoe is de opbouw van het middelbaar onderwijs? Daarmee wordt bedoeld of er een indeling is in bijvoorbeeld onderbouw/bovenbouw.

In het vervolg wordt het onderzoek beperkt tot (het onderwijs dat het meest lijkt op) de bovenbouw van het vwo.

Onderwerp 2: verschillende wiskundevakken

1. Is wiskunde verplicht voor alle leerlingen?
2. Is er keuze uit verschillende wiskundevakken?
 - 2.1. Welke verschillende wiskundevakken zijn er?
 - 2.2. Bepaalt de keuze voor wiskunde ook de keuze voor andere vakken of andersom?
 - 2.3. Wat zijn de verschillen tussen deze wiskundevakken?
 - 2.4. Wat zijn de percentages leerlingen die voor de verschillende wiskundevakken kiezen?
 - 2.5. Als er geen verschillende wiskundevakken zijn, hoe wordt er onderscheid gemaakt tussen de verschillende talenten en interesses van leerlingen?

Onderwerp 3: onderwijstijd

1. Ligt de hoeveelheid lestijd voor wiskunde vast?

2. Door wie wordt bepaald hoeveel tijd er aan wiskunde besteedt wordt?
3. Hoeveel lessen wiskunde krijgen leerlingen per week in de verschillende leerjaren?
4. Hoeveel minuten duurt een lesuur?
5. Hoeveel effectieve lesweken zijn er in een schooljaar?
6. Wat gebeurt er tijdens een lesuur (uitleg, huiswerk bespreken, zelfstandig werken)?
7. Hoeveel tijd besteden leerlingen aan het maken van wiskundehuiswerk?
8. Wat doen leerlingen tijdens het maken van wiskundehuiswerk (lezen, oefenen, samenvatten, stampen)?

Onderwerp 4: curriculum

1. Is er een curriculum voor wiskunde?
 - 1.1. Wie bepaalt dit curriculum?
 - 1.2. Voor hoeveel leerjaren is dit curriculum opgesteld?
 - 1.3. Wat zijn de eisen in dit curriculum?
 - 1.4. Hoeveel vrije keuze ruimte heeft een school of een docent binnen dit curriculum?
 - 1.5. Als er geen curriculum is, hoe wordt er bepaald wat leerlingen moeten leren?
2. Wat voor materiaal wordt er gebruikt in de wiskundeles?
3. Wie bepaalt welk materiaal docenten gebruiken in de wiskundeles?

Onderwerp 5: examinering

1. Welke toetsmomenten zijn er voor wiskunde?
2. Wie bepaalt de eisen waaraan deze (evt. verschillende) toetsen moeten voldoen?
3. Wie maakt deze toetsen?
4. Welke invloed hebben deze toetsen op de overgang naar het volgende leerjaar en het behalen van het diploma?
5. Wie bepaalt dat deze toetsen deze invloed hebben?
6. Als er geen toetsen zijn, hoe wordt dan bepaald welk wiskundeniveau de leerlingen hebben?

Onderwerp 6: toelating tot de universiteit

1. Zijn er eisen voor wiskunde bij toelating tot bepaalde studies op de universiteit?
 - 1.1 Zo ja, welke eisen zijn er voor wiskunde bij toelating tot bepaalde studies op de universiteit?
 - 1.2 Zo nee, hoe wordt er gezorgd dat leerlingen het juiste wiskunde niveau hebben?

Onderwerp 7: opleiding docenten

1. Is er een opleiding verplicht om wiskunde te mogen onderwijzen?
 - 1.1. Zo ja, welke opleiding?
 - 1.2. Zo nee, hoe wordt bepaald of een docent bekwaam is?

Voor Nederland werden deze deelvragen beantwoord met behulp van literatuur waaronder de syllabi voor het centraal examen en de handreikingen voor de schoolexamens (College voor Examens, 2011a; College voor Examens, 2011b; College voor Examens, 2011c; Alink, Van Gulik, & Krüger, 2007a; Alink, Van Gulik, & Krüger, 2007b; Alink, Van Gulik, & Krüger, 2007c; Van Gulik & Krüger, 2007). Daarnaast werd er voor percentages van aantal leerlingen gebruik gemaakt van de gegevens van het CITO (CITO, 2012) over het aantal leerlingen dat centraal examen doet. Voor de hoeveelheid leerlingen die wiskunde D volgt, werd contact gelegd met Nelleke den Braber van het SLO. Voor de toelating tot de universiteit werd gebruik gemaakt van de zogenaamde “kruisjeslijst” (CFI, 2007).

Naast een literatuuronderzoek werden er twee semi-gestructureerde interviews gehouden met middelbare school docenten om een beeld te krijgen van hoe het onderwijs er in de praktijk uit ziet. In Nederland was dit noodzakelijk wegens de grote keuzevrijheid die de docent en de school hebben bij het lesgeven. De eerste docente heeft ruim drie jaar ervaring en geeft les aan de havo/vwo

afdeling van een groot scholengemeenschap. De havo/vwo afdeling van deze school heeft een eigen gebouw en heeft ongeveer 1500 leerlingen. De tweede docent heeft ruim 21 jaar ervaring, daarvan geeft hij ruim acht jaar les op een zelfstandig gymnasium van ongeveer 700 leerlingen. In bijlage 1 staat de vragenlijst die aan deze docenten is voorgelegd. Deze gesprekken werden opgenomen en vervolgens werden aan de hand van de opnamen de vragen beantwoord.

Met deze gegevens werd een beschrijving van Nederland gemaakt aan de hand van de zeven deelonderwerpen: inrichting onderwijs, verschillende wiskundevakken, onderwijstijd, curriculum, examinering, toelating tot de universiteit en opleiding van de docenten.

Voor Vlaanderen was er uitgebreid e-mailcontact met Johan Deprez. Johan Deprez is lerarenopleider aan de Universiteit Antwerpen. Daarnaast is hij docent wiskunde bij de faculteit Economie en Management aan de Hogeschool-Universiteit Brussel. Vanuit zijn positie als lerarenopleider heeft hij veel contact met secundaire scholen, waardoor hij in staat is informatie te geven over het onderwijs in Vlaanderen. Naast de e-mailwisselingen met Johan Deprez werd er literatuur gebruikt, zoals de leerplannen voor de tweede en derde graad van algemeen secundair onderwijs (Vlaams ministerie van onderwijs en vorming, 2012a; Vlaams ministerie van onderwijs en vorming, 2012b). Met deze informatie werd een beschrijving van Vlaanderen gemaakt, die door Johan Deprez werd becommentarieerd. De kleine wijzigingen die hij aanbracht, werden overgenomen.

Duitsland bestaat uit zestien deelstaten. Al deze deelstaten hebben een eigen onderwijsbeleid, hoewel er veel overeenkomsten zijn. In dit onderzoek is gekozen voor Noordrijn-Westfalen, dit is de deelstaat met de meeste inwoners en daarmee ook met de meeste leerlingen.

Om informatie te verzamelen over Noordrijn-Westfalen werd een semi-gestructureerd interview gehouden met Andreas Büchter en Rainer Kaenders. Beide zijn werkzaam aan de universiteit van Keulen als docent bij de lerarenopleiding. Andreas Büchter heeft daarvoor zeven jaar gewerkt bij het ministerie van onderwijs van Noordrijn-Westfalen. Daar was hij verantwoordelijk voor het curriculum en de eindtermen van de centrale examens van basisschool tot bovenbouw van de middelbare school. Rainer Kaenders heeft, naast ervaring in het Duitse onderwijs, ook ervaring in het Nederlandse onderwijs, waar hij onder andere les heeft gegeven op een middelbare school en veel scholen heeft bezocht. De vragenlijst die als uitgangspunt werd gebruikt voor dit interview is opgenomen in bijlage 2. Deze vragenlijst werd in het Engels twee weken voor het interview opgestuurd aan Andreas Büchter en Rainer Kaenders. Het interview zelf werd opgenomen en getranscribeerd. Naast dit gesprek werd aanvullende informatie gevonden uit documenten, waaronder het curriculum (Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen, 1999) en de schoolstatistieken van Noordrijn-Westfalen (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, 2012). Met behulp van deze gegevens werd een beschrijving van Duitsland gemaakt.

De beschrijvingen van Nederland en het buitenland zijn op verschillende wijze tot stand gekomen. Voor Nederland werd er gekeken naar literatuur en waren er interviews met twee docenten. Voor het buitenland werd er ook gekeken naar literatuur, maar werden verdere gegevens verzameld bij lerarenopleiders. Dit verschil komt voort uit het feit dat er voor Nederland al veel meer kennis bij de onderzoekster aanwezig was en er makkelijk toegang was tot literatuur. Hierdoor was het alleen nodig om de interviews te gebruiken voor het verzamelen van informatie over het uitgevoerde curriculum. Voor het buitenland waren de interviews noodzakelijk om zowel informatie over uitgevoerde curriculum als het beoogde en het bereikte curriculum te verzamelen. Om al deze informatie te verzamelen waren lerarenopleiders, die een veel breder zicht hebben op het onderwijs in hun land dan docenten, geschikter dan docenten. Dit heeft wel tot gevolg dat het uitgevoerde curriculum voor Nederland uitgebreider beschreven is dan voor het buitenland, omdat docenten meer zicht hebben op het uitgevoerde curriculum dan lerarenopleiders die af en toe in een klas kijken. Voor de globale omschrijving die in dit onderzoek gemaakt is, hadden de lerarenopleiders voldoende kennis van het uitgevoerde curriculum.

Nadat er van alledrie de landen een beschrijving werd gemaakt, konden de drie landen naast elkaar gelegd worden. Ook dit is gebeurd aan de hand van de zeven onderwerpen: inrichting onderwijs, verschillende wiskundevakken, onderwijstijd, curriculum, examinering, toelating tot de universiteit en opleiding docenten.

In dit rapport wordt dezelfde indeling aangehouden. Eerst wordt een beschrijving van Nederland, Vlaanderen en Duitsland gegeven. Daarop volgt een korte samenvatting van deze beschrijvingen. Vervolgens staat er een vergelijking van deze landen en er wordt afgesloten met de conclusie en discussie.

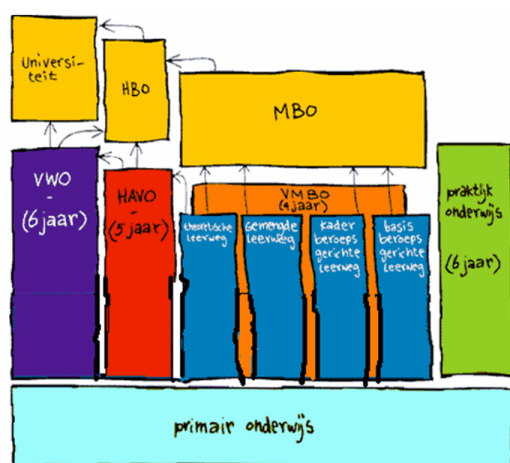
Beschrijving Nederland

Hieronder wordt een beschrijving gegeven van het middelbaar onderwijs in Nederland. Zoals eerder genoemd, wordt er gekeken naar de onderwerpen: inrichting onderwijs, verschillende wiskundevakken, onderwijstijd, curriculum, examinering, toelating tot de universiteit en de opleiding van docenten. Hierbij wordt vanaf het tweede onderwerp de beschrijving beperkt tot de bovenbouw van het vwo. Op pagina 37 staat een korte samenvatting van deze beschrijving.

Onderwerp 1: inrichting onderwijs

Het middelbaar onderwijs begint voor leerlingen na het doorlopen van een achtjarige basisschool (4-12 jaar). Leerlingen zijn over het algemeen 12 jaar als ze aan de eerste klas van de middelbare school beginnen.

In figuur 1 staan de verschillende niveaus, de duur van de opleidingen en de doorstroommogelijkheden van het middelbaar onderwijs in Nederland. Hierbij wordt opgemerkt dat een leerling, die van het vmbo naar de havo gaat, instroomt in 4 havo en een leerling, die van de havo naar het vwo gaat, instroomt in 5 vwo.



Figuur 1. Doorstroommogelijkheden onderwijs bron:

http://www.overlegpovo.nl/index.php?option=com_content&task=blogcategory&id=33&Itemid=48

Percentage leerlingen per onderwijsniveau

In Tabel 2 staat per onderwijsniveau welk percentage van de leerlingen hierheen gaat (CBS, 2012). Hierbij is gekeken naar de cijfers uit het derde leerjaar, omdat daarin de meeste leerlingen een keuze gemaakt hebben en er nog geen doorstroommogelijkheden zijn geweest na afronding van een niveau.

Tabel 2 Een overzicht van het percentage van leerlingen op de verschillende onderwijsniveaus in Nederland gemeten tijdens het derde leerjaar.

Richting	Percentage
Praktijkonderwijs	2,6%
vmbo basisberoepsgerichte leerweg	11,4%
vmbo kaderberoepsgerichte leerweg	14,1%
vmbo gemengde leerweg	7,9%
vmbo theoretische leerweg	18,5%
havo	21,1%
vwo	21,4%
Nog geen richting gekozen	2,9%

Lagen in het onderwijs

Alle onderwijsniveaus zijn onderverdeeld in een onderbouw en bovenbouw. In het vwo is de onderbouw de eerste drie jaar en de bovenbouw de laatste drie jaar.

De volgende onderwerpen worden beperkt tot de bovenbouw van het vwo.

Het vwo wordt hierbij gezien als een zesjarige opleiding die voorbereidt op een universitaire opleiding (maar vanuit het vwo wordt ook doorgestroomd naar het Hoger Beroeps Onderwijs). Het gymnasium wordt voor wiskunde beschouwd als onderdeel van het vwo. De bovenbouw bestrijkt de laatste drie leerjaren van het vwo. Over het algemeen zijn de leerlingen in de bovenbouw van het vwo zestien jaar en ouder.

Onderwerp 2: verschillende wiskundevakken

Soorten wiskunde

Er zijn verschillende wiskundevakken, namelijk wiskunde A, B, C en D.

Deze verschillende wiskundevakken zijn ingevoerd bij de herziening van de Tweede Fase in 2007 (dat betekent voor het vwo examenjaar 2010) (Onderwijsraad, 2011). Qua moeilijkheid wordt de volgorde wiskunde C, wiskunde A, wiskunde B en wiskunde D aangehouden.

Profielkeuze en wiskunde

Op het vwo kan gekozen worden uit vier verschillende profielen: Cultuur & Maatschappij; Economie & Maatschappij; Natuur & Gezondheid en Natuur & Techniek. Bij deze profielen heeft de leerling verschillende keuzes voor wiskunde. In Tabel 3 staan de verplichte vakken bij een profiel en welke wiskundevakken gekozen kunnen worden. Naast deze verplichte vakken kiest de leerling ook verplicht één of twee (afhankelijk van het profiel) profielkeuzevakken. Daarnaast moeten alle leerlingen nog één keuzevak kiezen. In principe is dit vak volledig vrij te kiezen, maar soms beperkt de school het aanbod.

Tabel 3 Overzicht verplichte vakken bij de profielen

	C&M	E&M	N&G	N&T
Wiskunde	Wiskunde C Op de meeste scholen kan dit vervangen worden door wiskunde A of B	Wiskunde A Op de meeste scholen kan dit vervangen worden door wiskunde B.	Wiskunde A Op de meeste scholen kan dit vervangen worden door wiskunde B	Wiskunde B
Verplichte vakken	Geschiedenis	Economie Geschiedenis	Scheikunde Biologie	Natuurkunde Scheikunde
Profielkeuze vak	Één maatschappij vak Economie Aardrijkskunde Maatschappijwetenschappen Één cultureel vak Moderne vreemde taal/ Grieks/ Latijn Filosofie Kunstvak	Één vak uit: Aardrijkskunde Moderne vreemde taal/ Grieks/ Latijn Management en organisatie Maatschappijwetenschappen	Één vak uit: Natuurkunde Aardrijkskunde Natuur, leven & technologie (NLT) Onderzoek en ontwerpen	Één vak uit: Biologie Informatica Wiskunde D Natuur, leven & Technologie (NLT) Onderzoek & ontwerpen

In het vervolg worden kort de verschillende wiskundevakken besproken.

Wiskunde C

Wiskunde C kan gekozen worden door leerlingen met het profiel C&M (zie Tabel 3). Deze leerlingen kunnen, als de school dat toestaat, er ook voor kiezen wiskunde A of B te kiezen. Bij beide geïnterviewde docenten mogen de leerlingen bij C&M alleen wiskunde C of A kiezen.

“Wiskunde C beoogt voor te bereiden op universitaire studies in sociale, juridische en taal- en maatschappijwetenschappen” (Commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs, pagina cTWO: wiskunde

C). In het huidige examenprogramma heeft wiskunde C nog niet echt een eigen gezicht, maar is het een deel van het wiskunde A programma. Bij de invoering van het nieuwe examenprogramma in 2015 krijgt wiskunde C een eigen invulling.

Wiskunde A

In ieder geval kan wiskunde A gekozen worden in de profielen E&M en N&G (zie Tabel 3). Daarnaast kan, als het bevoegd gezag dat toestaat, wiskunde A gekozen worden door leerlingen met het profiel C&M.

“Wiskunde A beoogt voor te bereiden op economische en biomedische studies. De inhoud richt zich hiervoor op toegepaste analyse en statistiek en kansrekening” (Commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs, pagina cTWO: wiskunde A). Hierbij wordt veel gewerkt met contexten

Wiskunde B

Wiskunde B is een vak dat verplicht is in het profiel N&T (zie Tabel 3). Daarnaast kan, als de school dat toestaat, wiskunde B gekozen worden door leerlingen met het profiel C&M, E&M, N&G. Met name voor het profiel N&G wordt het als wenselijk gezien om wiskunde B te kiezen. De geïnterviewde docenten geven aan dat op hun scholen bij C&M geen wiskunde B gekozen mag worden. Ook vertellen ze dat wanneer een leerling met het profiel N&G voor natuurkunde kiest er sterk geadviseerd/verplicht wordt om wiskunde B te kiezen.

“Wiskunde B heeft als doel voor te bereiden op studies met een exacte signatuur, zoals technische opleidingen, bètawetenschappen en econometrie. De inhoud richt zich hierom op analyse en meetkunde. Daarbij is er veel aandacht voor algebraïsche vaardigheden, formulevaardigheden en redeneren” (Commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs, pagina cTWO: wiskunde B).

Wiskunde D

Wiskunde D is een profielkeuzevak binnen het profiel N&T (zie Tabel 3). Hierbij wordt opgemerkt dat de school bepaalt welke vakken de leerlingen als profielkeuzevak kunnen kiezen. Dit betekent dat er scholen zijn die wiskunde D niet aanbieden. Daarnaast is het ook mogelijk dat de school voor N&T leerlingen wiskunde D verplicht stelt.

In andere profielen mogen de leerlingen die wiskunde B als profielvak volgen, wiskunde D als keuze-examenvak kiezen. Ook hierbij geldt dat de school dat moet toestaan. Op de scholen van de geïnterviewde docenten is het mogelijk om wiskunde D te kiezen, maar is dit niet verplicht. Wel is het op beide scholen alleen mogelijk wiskunde D te kiezen als er gekozen is voor het profiel N&T. Wiskunde D is een verbreding en verdieping van wiskunde B. De verbreding zien we bijvoorbeeld terug in onderwerpen als statistiek en kansrekening. Onderwerpen uit technische en wetenschappelijke contexten worden gebruikt als verdieping.

Wiskundevak en percentage leerlingen

Het aantal leerlingen is per vak nogal verschillend. Wiskunde A en B zijn ongeveer even populair. In 2012 hebben 47,4% van de vwo-leerlingen examen gedaan in wiskunde A en 46,7% vwo-leerlingen wiskunde B. Daarentegen is wiskunde C een veel kleiner vak, namelijk 5,9% van de vwo-leerlingen die eindexamen deden in 2012.¹ Slechts 21,4% van de leerlingen volgt het vwo. Dat betekent dat 10,1% van alle middelbare school leerlingen wiskunde A op vwo-niveau volgt, 10,0% wiskunde B en slechts 1,3% wiskunde C.² Ditzelfde beeld komt naar voren uit de interviews met de docenten. Bij docente A

¹ De percentages zijn berekend met behulp van de cijfers over het aantal examenkandidaten per vak van het CITO (CITO, 2012). Leerlingen mogen maar één van deze wiskundevakken kiezen, dus er kan geen overlap zijn.

² Hierbij wordt opgemerkt dat de 21,4% vwo-leerlingen gemeten is in de derde klas en de percentages van de leerlingen die een wiskundevak kiezen in de zesde klas. Hoewel een klein gedeelte van de leerlingen in de derde klas nog niet heeft gekozen voor richting en leerlingen ook via de havo naar het vwo kunnen of van het vwo terug kunnen vallen naar lagere niveaus, wordt ervan uitgegaan dat die 21,4% redelijk klopt voor de zesde klas.

op school kiest ongeveer 50-67% van de vwo-leerlingen voor wiskunde A en 33-50% voor wiskunde B. Dit percentage wisselt per jaar. Bij docent B is het percentage wiskunde B leerlingen hoger. In de vierde klas hebben zij op dit moment ongeveer 90 van de 110 leerlingen die wiskunde B doen, maar de verwachting en hoop is dat daar nog minstens tien leerlingen switchen naar wiskunde A. De wiskunde C groep is op beide scholen erg klein, namelijk zo'n vijf tot tien leerlingen. Het aantal leerlingen dat wiskunde D kiest, ligt erg laag. In 2011 was dat ongeveer 7% van alle vwo-leerlingen (N. den Braber, persoonlijke communicatie, 12 november 2012). Dit is dus 1,5% van het totaal aantal leerlingen³. Bij docente A zijn er ongeveer acht vwo-leerlingen die kiezen voor wiskunde D, bij docent B ligt dat aantal iets hoger, namelijk zo'n vijftien tot twintig leerlingen.

Onderwerp 3: onderwijstijd

Hieronder volgt de grootte van de programma's voor de verschillende wiskundevakken in studielastuur (slu) (zie voor nadere toelichting het theoretische kader). Hierbij wordt opgemerkt dat het programma voor de hele bovenbouw van het vwo geldt en dus over drie jaar verdeeld wordt. Naast de grootte van het programma wordt ingegaan op de invulling van deze studielasturen.

Wiskunde C

De omvang van het programma voor wiskunde C is 480 slu. De hoeveelheid lesuren die dit oplevert op scholen is nogal verschillend: van 95-195 minuten per week met een gemiddelde van 138⁴ (Koolstra & Bos, 2009). Dit komt dus neer op een totale hoeveelheid contacttijd variërend van 143 uur tot 293 uur lestijd.⁵

De geïnterviewde docenten geven aan dat de wiskunde C leerlingen vaak les krijgen met de wiskunde A leerlingen, waarbij de wiskunde C leerlingen minder lessen hoeven te volgen. Bij docente A op school, krijgen de wiskunde C leerlingen in de vierde en vijfde twee lesuren van 50 minuten en in de zesde drie. Bij docent B is dat alle drie de jaren drie lesuren van 50 minuten.

Wiskunde A

De omvang van het programma voor wiskunde A is 520 slu. Onder scholen is er nogal een verschil met de hoeveelheid contacttijd die dit oplevert: van 96-200 met een gemiddelde van 148 minuten per week⁶ (Koolstra & Bos, 2009). Dit komt dus neer op een totale hoeveelheid lestijd variërend van 144 tot 300 uur.⁷

De geïnterviewde scholen geven aan dat de wiskunde A leerlingen twee jaar drie lesuren hebben en één jaar vier. Alleen verschilt het in welk jaar de vier lesuren gegeven worden. Bij docente A is dat in de zesde klas en bij docent B in de vijfde.

Wiskunde B

De omvang van het programma voor wiskunde B is 600 slu. Op scholen verschilt het nogal hoeveel minuten lestijd er per week is: van 111 tot 200 met een gemiddelde van 169⁸ (Koolstra & Bos, 2009). Dit komt neer op 167 tot 300 uur lestijd in drie jaar.

Bij beide geïnterviewde docenten krijgen de wiskunde B leerlingen in de vierde klas drie lesuren wiskunde en in de vijfde en zesde klas vier lesuren.

Wiskunde D

³ Zie voetnoot 2.

⁴ Hierbij ben ik ervan uitgegaan dat er in de drie jaren van het examenprogramma dezelfde hoeveelheid contacturen is. Daarnaast moet opgemerkt worden dat er op sommige scholen nog de mogelijkheid is tot extra lessen wiskunde, die zijn niet meegenomen in deze resultaten.

⁵ Uitgaande van 32 lesweken in de vierde en vijfde klas en 26 in de zesde klas.

⁶ Zie voetnoot 4.

⁷ Zie voetnoot 5.

⁸ Zie voetnoot 4.

De omvang van het programma voor wiskunde D is 440 slu. De lestijd op scholen varieert van 80-167 minuten per week met een gemiddelde van 119⁹ (Koolstra & Bos, 2009). Dit komt neer op een totaal in drie jaar van 120 tot 251 uur¹⁰.

Bij docente A op school krijgen de wiskunde D leerlingen in de vierde en vijfde klas 3 lesuren per week en in de zesde twee. Bij docent B is het alle drie de jaren drie lesuren per week.

Inhoud lesuur

Beide docenten geven aan dat ze tijdens een lesuur een gedeelte van de tijd klassikaal lesgeven en daarna de leerlingen zelfstandig laten werken. Tijdens het klassikale lesgeven bespreken ze huiswerk en geven ze uitleg. Docent A besteedt 15 tot 30 minuten aan klassikale uitleg, terwijl docent B meestal ruim 30 minuten aan klassikale uitleg besteedt. Wel geven ze beide aan dat het wisselt per les en dat er ook lessen zijn waarin leerlingen volledig zelfstandig werken.

Huiswerk

Naast de contacttijd die beschreven is in bovenstaande beschrijvingen per vak, maken leerlingen ook huiswerk en bereiden ze toetsen voor. De tijd die leerlingen hieraan besteden is lastiger te achterhalen en verschilt ook erg per leerling.

Docente A heeft in de vijfde klas wiskunde B a priori niet bepaald hoeveel tijd leerlingen per wiskundeles aan huiswerk besteden. De resultaten zijn heel wisselend. Vijf leerlingen uit de klas van negentien besteden geen tijd aan huiswerk. Daartegenover staan vier leerlingen die een uur huiswerk maken per les. Het gemiddelde van de klas komt op ongeveer 26 minuten per lesuur uit. Ze gaat er verder van uit dat deze resultaten vergelijkbaar zijn in de vierde en zesde klas wiskunde B. Bij de andere wiskundevakken ligt de huiswerktijd lager.

Activiteiten buiten de normale les

Op beide geïnterviewde scholen zijn er de mogelijkheden om mee te doen aan de wiskundeolympiade en de kangoeroewedstrijd. Bij docent B op school doet er daarnaast een team mee aan de wiskundewedstrijd in Nijmegen. Ook maken ze een uitstapje naar het congres "Leve de wiskunde" (dit is een congres voor wiskundedocenten georganiseerd door de Universiteit van Amsterdam, voor meer informatie zie

<http://betaonderwijs.uva.nl/agenda/content/congressen/2013/04/leve-de-wiskunde.html>) met een klein groepje leerlingen uit de vijfde en zesde klas wiskunde D. Bij docente A gaan ze soms naar een lezing of wedstrijd op de universiteit. Ook worden er wel eens masterclasses gevolgd op de universiteit. Al deze activiteiten vinden plaats buiten het curriculum en zijn vrijwillig.

Op de school van docente A wordt er daarnaast meegedaan aan een aangepaste versie van de wiskunde B dag. Dit is een verplichte activiteit uit het PTA (programma toetsing en afsluiting) voor alle wiskunde B leerlingen, waarbij met eigen materiaal een hele dag wiskunde wordt gedaan.

Onderwerp 4: curriculum

Het curriculum voor de bovenbouw van het vwo ligt vast in het examenprogramma. Dit examenprogramma wordt opgesteld door SLO (in samenwerking met andere experts) en goedgekeurd door de minister van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen. In dit examenprogramma hebben scholen een zekere vrijheid. Zo mogen scholen zelf bepalen hoe ze de onderwijstijd indelen, d.w.z. hoeveel lessen ze geven, hoeveel huiswerk ze de leerlingen geven, etc. Daarnaast wordt de stof voor het schoolexamen (zie voor meer informatie over het schoolexamen onderwerp 5: examinering) alleen in globale eindtermen weergegeven. Hierdoor hebben docenten zelf de keuze waar ze nadruk op leggen. Ook is er bij alle wiskundevakken een vrije keuzeruimte, waarvoor de adviestijd 40 slu is.

⁹ Zie voetnoot 4.

¹⁰ Zie voetnoot 5.

Hieronder worden de onderwerpen van de verschillende wiskundevakken genoemd. Voor een uitgebreidere beschrijving van het curriculum en de tijd die de geïnterviewde docenten hieraan besteden zie bijlage 7.

Wiskunde C

Voor wiskunde C is 480 slu beschikbaar. Hiervan wordt 100 slu gebruikt voor onderdelen die niet vastliggen in het curriculum, zoals keuzeonderwerpen en praktische opdrachten.

De onderwerpen die in het curriculum vastliggen zijn: vaardigheden, functies en grafieken, discrete analyse, combinatoriek, kansrekening en statistiek en grafen en matrices.

Wiskunde A

Het programma van wiskunde A bevat 520 slu. Van deze 520 slu is 100 slu beschikbaar voor onderwerpen die niet vastliggen in het curriculum, zoals keuzeonderwerpen en praktische opdrachten.

De onderwerpen die voor wiskunde A in het curriculum vastliggen zijn: vaardigheden, functies en grafieken, discrete analyse, combinatoriek, kansrekening en statistiek en differentiaalrekening met toepassingen.

Wiskunde B

Voor het programma van wiskunde B is 600 slu beschikbaar. Hiervan is 100 slu beschikbaar voor onderwerpen buiten het curriculum, zoals keuzeonderwerpen en praktische opdrachten.

Voor wiskunde B moeten de volgende onderwerpen volgens het curriculum behandeld worden: vaardigheden, functies en grafieken, discrete analyse, differentiaal- en integraalrekening, goniometrische functies en voortgezette meetkunde.

Wiskunde D

Het programma voor wiskunde D is bedoeld voor 440 slu. Een gedeelte hiervan is niet ingevuld in het curriculum, maar geeft ruimte voor onderdelen naar keuze van de school.

De onderwerpen die behandeld worden bij wiskunde D zijn: vaardigheden, kansrekening en statistiek, dynamische modellen, meetkunde, complexe getallen en wiskunde in wetenschap.

Onderwerp 5: examinering

Voor wiskunde A, B en C bestaat het eindexamen uit het centraal examen en het schoolexamen. Het eindcijfer voor deze vakken is dan het gemiddelde cijfer van deze twee. Voor wiskunde D bestaat het examen alleen uit het schoolexamen. Dit geeft dan ook het volledige cijfer.

Het centraal examen gaat over de domeinen daarvoor aangewezen door het College voor Examen (CvE) in opdracht van de minister van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen. Het CvE zet deze domeinen ook op papier en licht ze daarbij indien noodzakelijk nader toe. Ook beslist het CvE over het aantal en de tijdsduur van de zittingen van het centraal examen. Over het algemeen wordt het centraal examen afgenomen aan het einde van het schooljaar in mei met herexamens eind juni. Op dit moment lopen er proeven met meerdere examenperiodes in een schooljaar.

De opgaven van het examen worden geproduceerd door CITO in samenwerking met ervaren docenten. Hierbij bepaalt het CvE de lengte van het examen, de onderwerpen, het aantal opgaven, de soort opgaven (bv. open vragen) en de toegestane hulpmiddelen (CITO, sd). CvE bewaakt ook de kwaliteit van de examens door de producten van CITO goed te keuren (na eventuele gevraagde aanpassingen).

Het schoolexamen wordt door de school gemaakt en afgenomen. Hierbij geeft SLO in opdracht van het ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen wel aan welke (sub)domeinen er door de school afgenomen moeten worden. Deze eindtermen hebben een globale omschrijving, zodat

scholen veel vrijheid hebben. Ook zijn er een aantal vrij te kiezen onderwerpen voor de schoolexamens. Er zijn geen regels over de hoeveelheid onderdelen en de weging. Het programma voor de schoolexamens wordt opgenomen in het PTA (programma toetsing en afsluiting). Dit PTA moet voor 1 oktober van dat leerjaar aan de leerlingen gegeven worden, hierin staat tenminste:

- De onderdelen van het examenprogramma die in het schoolexamen worden getoetst;
- De inhoud van de onderdelen van het schoolexamen;
- De wijze van examinering van de verschillende onderdelen van het schoolexamen;
- De mogelijkheden tot herkansing van de verschillende onderdelen van het schoolexamen;
- De weging van de verschillende onderdelen van het schoolexamen;
- Het herexamen van het schoolexamen.

De regels om te slagen voor het vwo-examen zijn als volgt:

- al je eindcijfers 6 of hoger zijn;
- je één 5 hebt en al je andere eindcijfers 6 of hoger zijn;
- je één 4, twee 5-en of één 5 en één 4 hebt en al je andere eindcijfers (gemiddelde van schoolexamen en centraal examen) 6 of hoger zijn én het gemiddelde van al je cijfers op je eindlijst tenminste 6,0 is
én
- de vakken ckv en lichamelijke opvoeding 'voldoende' of 'goed' zijn;
- het gemiddelde van al je cijfers die je voor je centraal schriftelijk examen gehaald hebt gemiddeld een 5,5 of hoger is.
én
- je maximaal één 5 als eindcijfer (het gemiddelde van het schoolexamen en centraal examen) hebt voor de kernvakken Nederlands, Engels en wiskunde.

Dit betekent dat voor wiskunde minstens een 5 gehaald moet worden.

In bijlage 4 staat een overzicht welke onderwerpen behandeld worden in het centraal examen en het schoolexamen per wiskundevak.

De praktijk

In de praktijk zijn er veel verschillen in het PTA tussen de verschillende scholen. Wanneer we kijken naar de scholen van de twee geïnterviewde docenten, wordt dat ook zichtbaar. Het gaat dan onder andere over het aantal toetsen, het soort toetsen, de weging van de toetsen en de onderwerpen van de toetsen (zie Tabel 4).

Tabel 4 Een overzicht van de toetsen voor het schoolexamen van beide geïnterviewde docenten.

	School docent A	School docent B
Hoeveelheid toetsmomenten	Wiskunde A: 5 Wiskunde B: 5 Wiskunde C: 5 Wiskunde D: 6	Wiskunde A: 4 Wiskunde B: 4 Wiskunde C: 4 Wiskunde D: 3
Moment van toetsen	Wiskunde A, B & C: 2 in 5 ^e klas, 3 in 6 ^e klas Wiskunde D: 2 in de 4 ^e klas, 1 in de 5 ^e klas en 3 in de 6 ^e klas.	Wiskunde A, B & C: 1 in de 5 ^e klas, 3 in de 6 ^e klas Wiskunde D: 3 in de 6 ^e klas
Soort toetsen	B en D: praktische opdracht (voor wiskunde B in de 5 ^e en voor D in de 4 ^e). De rest allemaal schriftelijke toetsen van 100 minuten.	Allemaal schriftelijke toetsen van 100 minuten.
Weging toetsen	Allemaal even zwaar.	Wisselend in zwaarte.
Onderwerp toetsen	Alle onderwerpen door elkaar.	Gesorteerd op onderwerp, zoals kansberekening en statistiek (wiskunde A) en bewijzen en meetkunde (wiskunde B).

Onderwerp 6: toelating tot de universiteit

De keuze voor een bepaald profiel en wiskundevak kan zeker leiden tot beperkingen met betrekking tot de studiekeuze. Met behulp van de “kruisjeslijst” (CFI, 2007) kan bepaald worden welke studies een leerling met welk wiskundevak kan doen.

Over het algemeen is voor de sociale, juridische en culturele studies elk wiskundevak goed. Voor de studies in de economie, gezondheidszorg, en landbouw is meestal wiskunde A of B toegestaan. Studenten hebben wiskunde B nodig voor de richtingen natuur en techniek. Op deze grove indeling zijn uitzonderingen, zie daarvoor de “kruisjeslijst” (CFI, 2007), waar per studie is aangegeven welke vakken verplicht zijn.

Onderwerp 7: opleiding docenten

Hieronder wordt een beschrijving gegeven van de opleiding die docenten moeten volgen om bevoegd les te mogen geven aan de bovenbouw van het vwo. Hierbij is onder andere gebruik gemaakt van informatie van de website van de rijksoverheid (Rijksoverheid, sd).

Eerstegraads versus tweedegraads

In het middelbaar onderwijs is er sprake van vakdocenten. Dit betekent dat een docent opgeleid wordt voor één vak, bijvoorbeeld wiskunde. Daarbij wordt onderscheid gemaakt tussen eerste- en tweedegraads docenten. Tweedegraads docenten mogen op de middelbare school alleen lesgeven aan het vmbo en de onderbouw van de havo en het vwo. Eerstegraads docenten mogen daarentegen lesgeven aan alle middelbare schoolopleidingen. In deze beschrijving wordt alleen gekeken naar eerstegraads docenten, omdat naar de bovenbouw van het vwo gekeken wordt.

Eerstegraads lerarenopleiding

Het is op een aantal manieren mogelijk om een eerstegraads bevoegdheid te halen.

- 1) Via een lerarenopleiding aan een hogeschool of universiteit.
Hierbij geldt voor de hogeschoolopleiding dat dit een vervolgopleiding op de tweedegraads lerarenopleiding is.
Als voorwaarde voor de universiteit geldt een mastersdiploma.

- 2) Verkort traject als zij-instromer
Als voorwaarde voor dit traject geldt dat de zij-instromer een HBO of universitaire vooropleiding heeft en al enige tijd werkervaring in een ander beroep heeft.
- 3) Educatieve master
Na een bacheloropleiding wordt er een één- of tweejarige opleiding aan hogeschool of universiteit gevolgd.

Met deze opleidingen wordt je een startbekwame en bevoegde docent. Hierbij is het wel de bedoeling dat een docent zijn bekwaamheid blijft onderhouden. Als bekwame en bevoegde docent is het toegestaan om op elke middelbare school les te geven.

Benoembaar

Naast aan het werk gaan als bekwame en bevoegde docent, is er een wet waarin mensen als een benoembare docent aangewezen kunnen worden. Voor wiskunde in de bovenbouw kan dit in de volgende omstandigheden:

- Leraren in opleiding, die in de laatste fase van hun studie dual worden opgeleid.
- Mensen van buiten het onderwijs met een getuigschrift Hoger Onderwijs die op basis van een geschiktheidverklaring een aanstelling kunnen krijgen als leraar voor maximaal twee jaar. Tegelijkertijd volgen zij een opleiding- en begeleidingstraject als zij-instromer. Dat traject moet binnen twee jaar na aanstelling worden afgesloten met een getuigschrift van de lerarenopleiding. Er kan in bijzondere gevallen nog twee jaar uitstel worden verleend.
- Leraren die een ander vak geven (dan waarvoor zij bevoegd zijn). Dat kan voor ten hoogste twee jaar. Daarbij geldt de eis dat de leraar scholing gaat volgen om binnen twee jaar alsnog de passende bevoegdheid te halen. Ook hier kan in bijzondere gevallen nog twee jaar uitstel worden verleend.
- Tweedegraads docenten in eerstegraads gebied. Een leraar met een tweedegraads bevoegdheid mag voor maximaal 1 jaar ook in de bovenbouw van havo en vwo zijn vak geven. Hierbij geldt wel dat het maximaal de helft van zijn betrekkingssomvang mag bevatten. Leraren met een tweedegraads bevoegdheid mogen op een school maximaal maar 5% van het totale aantal lessen geven in de bovenbouw van havo en vwo. De school is verplicht dit te melden aan de Inspectie van het Onderwijs.
- Tot slot geeft de wet nog een mogelijkheid om onbevoegde leraren te benoemen in noodgevallen wanneer voor een vacature of ter vervanging van een tijdelijk afwezige leraar geen bevoegde leraar kan worden aangetrokken. In dat geval mag telkens voor ten hoogste 1 jaar een onbevoegde leraar worden benoemd of aangesteld.

In het wiskundeonderwijs in Nederland geeft 26,1% (eerste- en tweedegraadsdocenten) benoembaar of zelfs onbevoegd les (Berndsen & Van Leenen, 2013).

Beschrijving Vlaanderen

Hieronder wordt een beschrijving gegeven van het secundair onderwijs in Vlaanderen. Allereerst wordt ingegaan op de inrichting van het onderwijs. Daarna worden de verschillende soorten wiskunde, onderwijstijd, curriculum, examinering, toelating tot de universiteit en opleiding van de docenten besproken. Deze laatste onderwerpen worden beperkt tot de tweede en derde graad van het algemeen secundair onderwijs (aso). Dit niveau van onderwijs is het best vergelijkbaar met het Nederlandse vwo. Op pagina 37 staat een korte samenvatting van deze beschrijving.

Onderwerp 1: inrichting onderwijs

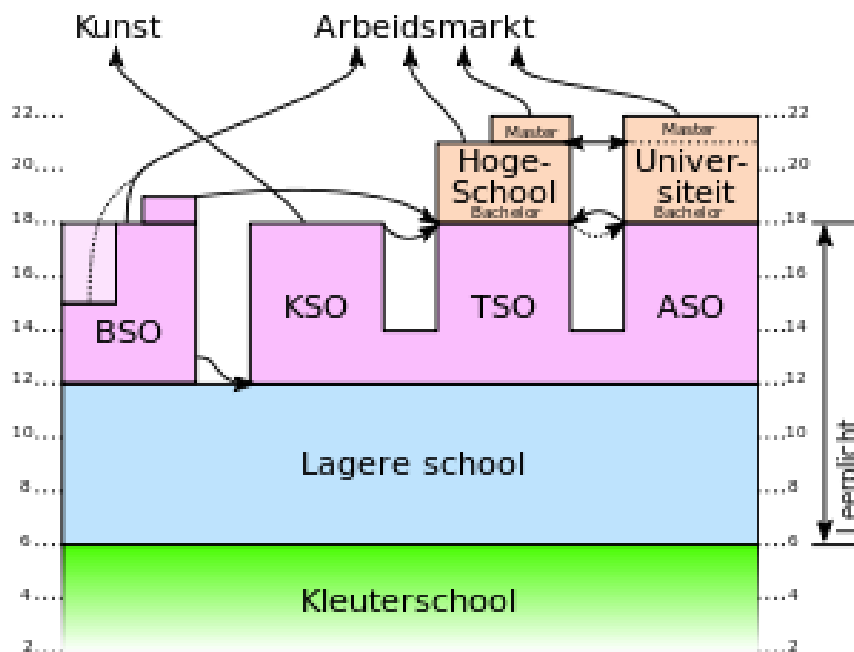
Het secundair onderwijs begint voor leerlingen na het doorlopen van een zesjarige lagere school (6-12 jaar). Voordat leerlingen naar de lagere school gaan, kunnen ze een driejarige kleuterschool doorlopen (3-6 jaar). Leerlingen zijn over het algemeen 12 jaar als ze aan de eerste klas van het secundaire onderwijs beginnen.

Verskillende onderwijskoepels

In Vlaanderen zijn er verschillende 'onderwijskoepels'. Tussen de onderwijskoepels zijn er kleine verschillen in curricula en verschillen in de hoeveelheid lessen die leerlingen voor een vak krijgen. De grootste onderwijskoepel is die van de katholieke scholen, waar ongeveer 70% van de leerlingen heen gaat. Tegenwoordig zijn deze scholen tolerant ten opzichte van leerlingen die een andere geloofsovertuiging hebben. Daarnaast is er een koepel van scholen die door de Vlaamse overheid ingericht wordt, deze scholen worden 'gemeenschapsscholen' genoemd. Hier gaat ongeveer 25% van de leerlingen heen. Daarnaast zijn er enkele kleinere koepels of zelfstandige scholen.

Opbouw

In figuur 2 staat de opbouw van het onderwijs, de doorstroommogelijkheden en de duur van de opleidingen in Vlaanderen. In bijlage 5 staat deze opbouw met uitleg van de afkortingen in woorden beschreven.



Figuur 2. De opbouw van het onderwijs in Vlaanderen (bron: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Flemish_Education_System-nl.svg)

Percentage leerlingen per onderwijsvormen

In Tabel 5 staat per onderwijsniveau welk percentage van de leerlingen hierheen gaat.

Tabel 5 Overzicht van het percentage leerlingen op de verschillende onderwijsniveaus in Vlaanderen.

Richting	Percentage
bso	Ca. 20%
kso	Ca. 1%
tso	Ca. 35%
aso	Ca. 45%

Lagen in het onderwijs

Het secundair onderwijs is opgedeeld in drie graden. Al deze drie graden duren twee jaar: dus de eerste graad bestaat uit klas 1 en 2, de tweede graad klas 3 en 4 en de derde graad klas 5 en 6. In de eerste graad is er nog weinig onderscheid op niveau. Er is wel een A en B stroom, maar de B stroom is echt gericht op leerlingen die moeite hebben met theoretisch onderwijs en bevat slechts 6% van de leerlingen. In de eerste graad kunnen leerlingen dan ook hun capaciteiten en belangstelling ontdekken.

Vanaf de tweede graad kiezen de leerlingen tussen theoretische diepgang en praktische aanpak. Deze keuze vertaalt zich in de onderwijsvormen uit figuur 2. Daarnaast wordt een studierichting gekozen, maar hierbij krijgen de leerlingen nog veel verschillende vakken.

In de derde graad leggen leerlingen zich meer specifiek toe op één of twee interessegebieden. Naast deze gekozen interessegebieden krijgt de leerling nog een aantal algemene vakken, zoals Nederlands, Engels en wiskunde.

De volgende onderwerpen worden beperkt tot de tweede en derde graad van het aso.

Onderwerp 2: verschillende wiskundevakken

Het is in Vlaanderen, zowel in de tweede als derde graad, verplicht om wiskunde te volgen. Wel is er keuze uit verschillende wiskundevakken. Deze verschillende wiskundevakken worden in dit hoofdstuk besproken.

Soorten wiskunde

In de tweede graad is er onderscheid tussen twee wiskundevakken, namelijk een 4-uurs en een 5-uursvariant.

In de derde graad zijn er drie wiskundevakken, namelijk een 3-uurs, een 4-uurs (in onder andere de gemeenschapsscholen vijf uur) en een 6-uursvariant (in onder andere de gemeenschapsscholen zeven uur).

Studierichtingen en wiskunde

Op het aso kan gekozen worden uit diverse studierichtingen. Deze studierichtingen bepalen welk wiskundevak een leerling moet volgen. In Tabel 6 staat welke studierichtingen gekozen kunnen worden en welk wiskundevak daarbij hoort. In deze tabel is de variant voor wiskunde is uitgedrukt in het aantal wekelijkse lestijden op de scholen van de katholieke scholen. Niet alle scholen bieden alle studierichtingen aan.

Tabel 6 Studierichtingen in de tweede en derde graad van het aso. Bron:
http://www.onderwijskiezer.be/secundair/sec_detail.php?detail=60

Tweede graad ¹¹	Wiskunde variant	Derde graad ¹²	Wiskunde variant
Economie	4	Economie-moderne talen	3
Grieks	5	Economie-wetenschappen	4
Grieks-Latijn	4	Economie-wiskunde	6
Humane wetenschappen	4	Grieks-Latijn	3
Latijn	5	Grieks-moderne talen	3
Wetenschappen	5	Grieks-wetenschappen	4
		Grieks-wiskunde	6
		Humane wetenschappen	3
		Latijn-moderne talen	3
		Latijn-wetenschappen	4
		Latijn-wiskunde	6
		Moderne talen-wetenschappen	4
		Moderne talen-wiskunde	6
		Wetenschappen-wiskunde	6

Tweede graad

In de tweede graad is er een onderscheid te zien in een 4-uurs en 5-uursvariant. In de 5-uursvariant worden leerlingen voorbereid op een studierichting met meer wiskunde in de derde graad. Toch is voorgeschreven dat ook de leerlingen met de 4-uursvariant deze studierichtingen in de derde graad kunnen kiezen.

De leerinhoudelijke verschillen tussen de 4-uursvariant en de 5-uurs-variant zijn (op de katholieke scholen) beperkt, die liggen voornamelijk op het gebied van het vectorbegrip, een deel van de analytische meetkunde, algebraïsch rekenen en rijen. Het grote verschil zit in de wijze waarop wiskundig gedacht en gehandeld wordt. Dit wordt vooral teruggezien op het gebied van verwoordingsvaardigheid, formalisering, redeneer- en bewijsvaardigheid, ordening en samenhang van leerinhouden, probleemoplossende vaardigheden en kritische zin. Hiermee hebben leerlingen uit de 5-uursvariant een intrinsieke voorsprong op leerlingen uit de 4-uursvariant.

Derde graad

In de derde graad is er een onderscheid in een 3-uurs, 4-uurs en 6-uursvariant (op gemeenschapsscholen drie, vijf en zeven uur).

De 6-uursvariant is bedoeld voor leerlingen die zich echt willen toeleggen op wiskunde. Zij bereiden zich dus ook voor op een studie waarin wiskunde een grote rol speelt (wiskunde, ingenieur, natuurkunde, etc.) of waarin wiskunde een belangrijk hulpvak is (scheikunde, biologie, econometrie, etc.). Het grootste gedeelte van dit vak bestaat uit analyse (o.a. het bestuderen van allerlei functies, afgeleiden en integralen). Daarnaast krijgen leerlingen een stuk algebra (o.a. complexe getallen, lineaire algebra), ruimtemeetkunde en statistiek (o.a. kansrekening en verklarende statistiek).

De 4-uursvariant is bedoeld voor leerlingen die zich toeleggen op wetenschappen, maar zonder zich daarnaast toe te leggen op wiskunde. De wiskunde zou dus voldoende moeten zijn ter ondersteuning van de wetenschapsvakken. In de praktijk behandelt dit vooral minder dan de 6-uursvariant. De nadruk ligt weer op analyse, maar het aantal functies is kleiner en er wordt minder diep op de onderwerpen ingegaan. Daarnaast krijgen ze een beperktere hoeveelheid statistiek. Naast analyse en

¹¹ Ik laat de richtingen Rudolf Steinerpedagogie en Yeshiva buiten beschouwing. Ook de richtingen met topsport laat ik buiten beschouwing.

¹² Idem

statistiek heeft de leraar nog ruimte voor vrije keuzeonderwerpen (zo'n 15% van de lestijd voor keuze uit een lijst en dan nog 7,5% van de lestijd voor volledig vrije keuze).

De 3-uursvariant is bedoeld voor leerlingen die zich niet toeleggen op wiskunde en ook niet op wetenschappen. In de praktijk is de doelgroep heel divers. Sommige leerlingen zullen nooit meer te maken krijgen met wiskunde, maar anderen zullen nog behoorlijk wat statistiek krijgen. Inhoudelijk krijgen de leerlingen ook hier een stuk analyse, maar met minder functies en diepgang ten opzichte van de 4-uursvariant. Daarnaast krijgen ze statistiek. Net als bij de 4-uursvariant kiest de leraar nog enkele keuzeonderwerpen (zo'n 20% van de tijd voor keuzes uit een lijst en dan nog 10% echt vrije keuze).

Wiskundevak en percentage leerlingen

In de derde graad worden de 3-uurs en 6-uursvariant elk door ongeveer 43% van de leerlingen gekozen. De overige 14% kiest voor de 4-uursvariant. Aangezien in de derde graad 36% van de leerlingen nog het aso volgt (Vlaams Ministerie van Onderwijs en Vorming, 2012, p. 18) betekent dit dat de 3-uurs en 6-uursvariant elk door 15% van alle leerlingen uit het secundair onderwijs wordt gevolgd en de 4-uursvariant door 5%.

Onderwerp 3: onderwijstijd

Aantal wekelijkse lestijden

Het aantal lesuren wiskunde in de week wordt in theorie door de scholen zelf bepaald, maar in de praktijk besteden die het uit aan de onderwijskoepel. In de praktijk worden dan ook verschillen in aantal wekelijkse lesuren zichtbaar tussen de verschillende onderwijskoepels.

In de tweede graad is er in beide onderwijskoepels een 4-uurs en 5-uursvariant. De 4-uursvariant krijgt vier wekelijkse lesuren wiskunde. De 5-uursvariant krijgt vijf wekelijkse lesuren wiskunde. In de derde graad krijgen leerlingen op de katholieke scholen drie, vier of zes wekelijkse lesuren wiskunde. Op de gemeenschapsscholen krijgen de leerlingen drie, vijf of zeven wekelijkse lesuren wiskunde.

Naast deze vaste uren zijn er voor katholieke scholen twee uur vrije keuzeruimte. Deze uren zijn bedoeld om leerlingen op een andere manier te laten leren, bijvoorbeeld door begeleide zelfstudie, vakoverschrijdend of in projectvorm. In deze uren is het voor leerlingen vaak mogelijk om meer wiskunde te krijgen.

Op alle scholen duurt een lesuur 50 minuten. Met aftrek van de vakantie en andere redenen waardoor wiskunde uitvalt, wordt uitgegaan van 25 effectieve weken waarin wiskunde gegeven wordt.

Inhoud lesuur

Tijdens een lesuur wordt de tijd hoofdzakelijk besteed aan klassikaal werk, zoals het uitleggen van lesstof, en het maken van opdrachten door de leerling (individueel of in tweetallen). Daarnaast komt groepswork en begeleid zelfstandig doorwerken van een stuk leerstof voor, maar beduidend minder dan klassikale uitleg.

Huiswerk

Naast de tijd op school werken leerlingen thuis nog aan wiskunde. Het is moeilijk om daar een tijd op te plakken. Er zijn geen afspraken voor en het verschilt per leerling. Een schatting zou zijn dat leerlingen dertig procent van de tijd die op school besteed wordt aan wiskunde thuis aan wiskunde werken. Dat betekent ongeveer vijftien minuten huiswerk per les en dus voor een 3-uursvariant 45 minuten per week, voor de 4-uursvariant een uur per week en voor de 6-uursvariant 90 minuten per week.

Tijdens het maken van huiswerk bestuderen leerlingen leerstof en/of maken ze oefeningen. Dit kan zowel op eigen initiatief van de leerling zijn als een taak die door de leraar opgegeven wordt.

Onderwerp 4: curriculum

In Vlaanderen is het curriculum opgesteld in leerplannen per studiejaar. In deze leerplannen staat welke leerinhoud behandeld moet worden en welke doelstellingen behaald moeten worden. Een gedeelte van de inhoud in de vorm van eindtermen wordt door de Vlaamse overheid vastgelegd. De rest van de invulling van de leerplannen bepalen de onderwijskoepels zelf. Daardoor verschilt de invulling per onderwijskoepel enigszins.

Hieronder staat een korte schets van de onderwerpen die door de overheid zijn vastgesteld in de tweede en derde graad van de aso. Voor een uitgebreide beschrijving van het curriculum, zie bijlage 8.

Voor de tweede graad zijn de door de overheid bepaalde onderwerpen: vaardigheden, getallenleer en algebra, reële functies, meetkunde en statistiek. Hierbij wordt opgemerkt dat er in de leerplannen opgesteld door de overheid geen verschillen worden aangeduid tussen de 4-uurs en 5-uursvariant.

Voor de derde graad zijn de door de overheid bepaalde onderwerpen voor alle wiskundevakken: vaardigheden, reële functies en statistiek. Tijdens de 6-uursvariant worden ook de volgende onderwerpen behandeld: algebra, analyse, meetkunde, statistiek en kansrekening, discrete wiskunde, wiskunde en cultuur en onderzoekscompetenties. De 4-uursvariant zit tussen de 3-uurs en 6-uursvariant in qua onderwerpen.

Vrije ruimte docent

De leerplannen geven duidelijk aan wat een leraar moet onderwijzen. Toch blijft er vrije ruimte voor een docent. Allereerst kan een leraar een leerplandoelstelling maximalistisch of minimalistisch uitwerken. Hierdoor kan de leraar zelf nadruk leggen op bepaalde onderwerpen.

Daarnaast maakt de leraar zelf de examens, dus als hij een onderwerp minder uitgebreid behandelt, kan hij het ook minder uitgebreid terugvragen.

De leerplannen voor de derde graad bevatten een aantal keuzeonderwerpen, waardoor de docent keuzes kan maken in de onderwerpen die hij behandelt.

Onderwijsmateriaal

De wiskundeleraars op een school beslissen met elkaar welke onderwijsmaterialen ze gebruiken. Meestal wordt gebruik gemaakt van een boek. Hiervoor kan gekozen worden uit diverse boeken. Er zijn drie grote spelers voor het katholiek onderwijs, namelijk Delta, Van Basis tot Limiet en Pienter. Bij de gemeenschapsscholen is minder keuze, omdat de gemeenschapsscholen een veel kleinere afzetmarkt vormen.

Vanaf de tweede graad wordt er daarnaast volop gebruik gemaakt van de grafische rekenmachine. Computerprogramma's worden minder gebruikt. Indien er wel gebruik van gemaakt wordt, is Geogebra het populairst. Daarnaast gebruiken docenten wel eens Derive, VU-stat (wordt meegeleverd bij de schoolboeken van Delta), Graphmatica en Excel.

Onderwerp 5: examinering

In Vlaanderen is er alleen sprake van examinering door de leraar en de school. In dit onderwerp wordt besproken hoe deze examinering plaatsvindt, welke consequenties eraan verbonden zijn en hoe de kwaliteit van het onderwijs gewaarborgd blijft zonder centraal examen.

Soorten toetsen

Allereerst zijn er tijdens het schooljaar regelmatig toetsen en opdrachten, die meetellen voor het eindcijfer. Daarnaast worden er examens afgenomen voor Kerstmis, voor Pasen (tot en met de

tweede graad) en aan het einde van elk schooljaar. Deze examens worden ook gemaakt door de docent of de school. De meeste van deze toetsen zijn schriftelijk, hoewel in het laatste jaar er soms een mondelinge toelichting op schriftelijke antwoorden gegeven moet worden. Een uitzondering op deze schriftelijke toetsen vormen de onderzoekscompetenties. Hierbij moeten leerlingen aantonen dat ze een eenvoudig wiskundig onderzoek kunnen uitvoeren. Om dit te toetsen wordt vaak gebruikt gemaakt van werkstukken.

Consequenties toetsen

De scholen bepalen de percentages dat het dagelijks werk (de toetsen en opdrachten door het jaar heen) en de examens meetellen. Over het algemeen telt het dagelijks werk voor 20 tot 30 procent mee.

Aan de hand van de prestaties van de leerling beslist de klassenraad, dat is het hele lerarenteam dat de leerling begeleid heeft, of de leerling overgaat naar het volgende jaar. In het laatste jaar beslist de klassenraad of de leerling zijn diploma krijgt. Hierbij gebeurt het geregeld dat een leerling een jaar over moet doen, van studierichting moet veranderen of zijn diploma niet krijgt.

Waarborging kwaliteit onderwijs

De leerplannen, die in onderwerp 4: curriculum beschreven zijn, bepalen welke leerinhoud en doelstellingen behaald moeten worden. Deze leerplannen helpen dus om de kwaliteit van het onderwijs en de diploma's te waarborgen.

Naast deze leerplannen speelt de onderwijsinspectie een rol bij het waarborgen van de kwaliteit. Dit doen ze met inspecties die vergelijkbaar zijn met de onderwijsvisitaties in het Vlaamse en Nederlandse hoger onderwijs.

Onderwerp 6: toelating tot de universiteit

Met uitzondering van een beperkt aantal opleidingen, die een toelatingsexamen hebben, is de toegang tot het hoger onderwijs in Vlaanderen vrij voor iedereen die een diploma van het secundair onderwijs heeft. Dat betekent dat er geen enkel verband hoeft te bestaan tussen de gevolgde studierichting in het secundair onderwijs en de opleiding in het hoger onderwijs.

Wel is het natuurlijk zo dat er voor vervolgopleidingen aan de universiteit bepaalde voorkennis noodzakelijk is. Universiteiten informeren aankomende studenten hierover, hoewel het soms om marketingredenen niet helemaal duidelijk aangegeven wordt.

Voor opleidingen als wiskunde, natuurkunde en ingenieur wordt verwacht dat leerlingen de 6-uurscursus hebben gevolgd en daar ook goede resultaten voor gehaald hebben. Ook voor andere bètarichtingen en economische opleidingen wordt verwacht dat de 6-uurscursus is gevolgd, maar hierbij zijn voldoende resultaten genoeg.

Voor studierichtingen als psychologie, politieke en sociale wetenschappen is de 3-uurscursus voldoende. Hierbij wordt wel opgemerkt dat statistiek soms een struikelblok kan vormen.

Onderwerp 7: opleiding docenten

Hieronder wordt beschreven welke opleiding leraren moeten volgen om les te mogen geven aan de tweede en derde graad van het aso.

In het secundair onderwijs komen twee 'soorten' wiskundeleraren voor.

Allereerst is er een leraaropleiding aan de hogeschool. Studenten aan zo'n leraaropleiding worden opgeleid voor twee vakken, die geen verband met elkaar hoeven te hebben. Deze opleiding begint onmiddellijk na het secundair onderwijs. Dit is een driejarige geïntegreerde opleiding. Studenten bekwamen zich zowel in de vakken en ze krijgen een pedagogisch-didactische opleiding. Daarnaast lopen ze veel stage. Deze docenten mogen lesgeven aan de eerste en tweede graad.

De tweede soort leraren worden opgeleid op masterniveau. Deze leraren volgen eerst de bachelor- en masteropleiding wiskunde aan de universiteit. Daarna volgen ze een zogenaamde specifieke lerarenopleiding van één jaar. Er is alleen pedagogisch-didactische vorming. Hierbij lopen ze de helft van de opleiding stage. Men kan deze opleiding volgen aan de universiteit of het volwassenonderwijs. In het laatste geval krijgen de studenten geen vakdidactische vorming. Deze wiskundeleraren geven les in de tweede en derde graad.

Door een groot tekort aan de laatste soort worden steeds meer masters met een andere opleiding dan wiskunde als wiskundeleraar aangesteld, namelijk burgerlijk ingenieurs en fysici (die nog wel veel wiskunde hebben gekregen) en biologen, geologen, bio-ingenieurs, industriële ingenieurs, toegepaste economische wetenschappers, etc. (die tussen de 15 en 30 studiepunten wiskunde/statistiek gekregen hebben in het hoger onderwijs).

Er is geen mogelijkheid voor leraren om van de eerste naar de tweede categorie te promoveren.

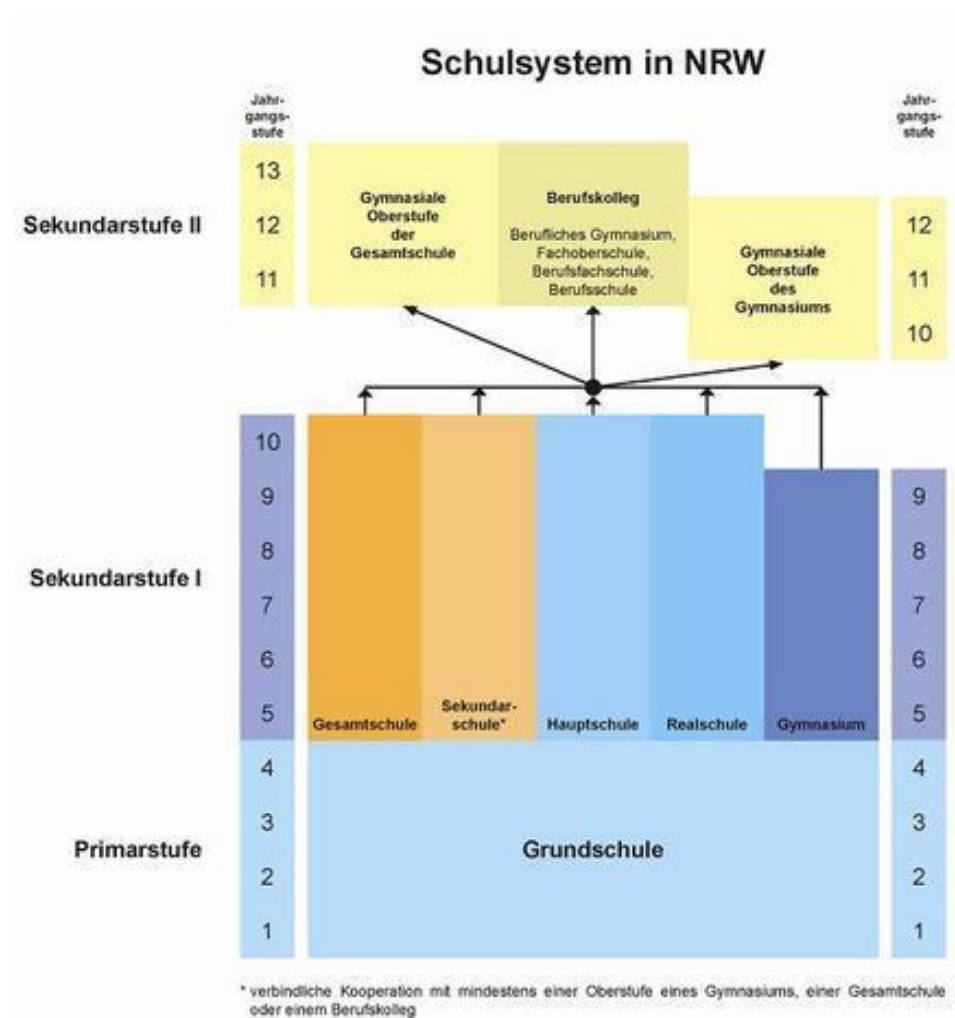
Beschrijving Duitsland

Hieronder wordt een beschrijving gegeven van het middelbaar onderwijs in Duitsland. Duitsland bestaat uit zestien deelstaten, die onder andere op het gebied van onderwijs hun eigen regering hebben. Dit document beperkt zich daarom tot het onderwijs in Noordrijn-Westfalen. Noordrijn-Westfalen is met zijn ongeveer 18 miljoen inwoners qua inwonersaantal de grootste deelstaat van Duitsland. Na een algemene beschrijving van de inrichting van het onderwijs in Noordrijn-Westfalen specificeert deze beschrijving zich tot de *Gymnasiale Oberstufe*. Dit is vergelijkbaar met de bovenbouw van het Nederlandse vwo.

Deze beschrijving bevat de volgende onderwerpen: inrichting onderwijs, soorten wiskundevakken, onderwijstijd, curriculum, examinering, toelating tot de universiteit en de opleiding van docenten. Er is voor gekozen een aantal Duitse woorden over te nemen, deze woorden zijn schuin gedrukt en in bijlage 3 is een verklarende woordenlijst opgenomen van deze woorden. Op pagina 38 staat een korte samenvatting van deze beschrijving.

Onderwerp 1: inrichting onderwijs

De inrichting van het onderwijs in Noordrijn-Westfalen is te zien in figuur 3. Een uitgebreide beschrijving in woorden is te vinden in bijlage 6.



Figuur 3. De opbouw van het onderwijs in Noordrijn-Westfalen in beeld.

Percentage leerlingen per school

Ongeveer 10% van de leerlingen gaat naar de *Hauptschule*, ongeveer 30% naar de *Realschule*, ongeveer 40% naar het *Gymnasium* en ongeveer 20% gaat naar een of andere vorm van een *Gesamtschule*.

Vooraf het aantal leerlingen die naar de *Hauptschule* gaan daalt door de slechte reputatie van deze scholen. Veel leerlingen proberen of eerst een hoger niveau (waardoor leerlingen dus uiteindelijk terugvallen) of gaan naar een *Gesamtschule*.

De volgende onderwerpen worden beperkt tot de *Gymnasiale Oberstufe*.

Onderwerp 2: verschillende wiskundevakken

Het is verplicht om wiskunde te volgen. Wel hebben leerlingen keuze in welk wiskundevak ze kiezen. De keuzes die leerlingen daarin kunnen maken, worden hieronder besproken.

Soorten wiskunde

In Duitsland wordt voor de meeste vakken, dus ook voor wiskunde, onderscheid gemaakt tussen de *Grundkurse* en *Leistungskurse*. Het verschil tussen de *Grundkurse* en *Leistungskurse* zit zich voornamelijk in de hoeveelheid uur dat het vak gegeven wordt. Bij de *Grundkurse* krijgt een leerling drie uur les, terwijl bij een *Leistungskurse* een leerling vijf uur les krijgt. Daarbij wordt bij een *Leistungskurse* breder en dieper ingegaan op onderwerpen.

Keuze *Leistungskurse*

In totaal moet een leerling acht *Grundkurse* kiezen en twee *Leistungskurse* in de *Qualifikationsphase*. Hierbij zijn er een aantal regels waaraan deze keuze moet voldoen. Zo is het verplicht om Duits, wiskunde en gymnasium te volgen. Daarnaast moet een vreemde taal, een maatschappijwetenschap (zoals geschiedenis, aardrijkskunde, filosofie, etc.), een natuurwetenschap (biologie, natuurkunde of scheikunde) gekozen worden. Voor de keuze van de *Leistungskurse* geldt dat er voor de eerste *Leistungskurse* gekozen kan worden uit een vreemde taal, die ook gevolgd is in de "onderbouw", wiskunde, een natuurwetenschap of Duits. De tweede *Leistungskurse* is vrij te kiezen. Bij al deze keuzes is het mogelijk om in de twee jaar *Qualifikationsphase* niet de hele tijd dezelfde *Grundkurse* te volgen.

Percentage studenten *Grundkurse* en *Leistungskurse* wiskunde

Tweede van de leerlingen kiest voor een *Grundkurse* in wiskunde en een derde kiest voor een *Leistungskurse*. Aangezien 40%¹³ van de leerlingen naar het *Gymnasium* gaat, kiest 27% van alle leerlingen een *Grundkurse* wiskunde en 13% een *Leistungskurse*.

Onderwerp 3: onderwijstijd

In Duitsland is de onderwijstijd door de overheid vastgesteld. In dit onderwerp zal ingegaan worden op de hoeveelheid onderwijstijd voor de *Grundkurse* en *Leistungskurse* en de invulling van deze onderwijstijd.

Aantal wekelijkse lessen

De *Grundkurse* heeft drie wekelijkse lessen wiskunde, terwijl de *Leistungskurse* vijf wekelijkse lessen wiskunde heeft. Hierbij is een lesuur 45 minuten. Tegenwoordig komt het op scholen ook voor dat ze minder lessen geven, maar dan wel langere lessen. Dat betekent dat er bij de *Grundkurse* bijvoorbeeld twee lessen van 67,5 minuten zijn.

¹³ Deze 40% van de leerlingen is gebaseerd op de instroom in het *Gymnasium* het is niet zeker of dit percentage nog geldt in de *Gymnasiale Oberstufe*, gezien het 'watervaleffect' dat optreedt. Aan de andere kant kunnen leerlingen van de *Hauptschule* en de *Realschule* soms ook instromen in de *Gymnasiale Oberstufe*. Daarom wordt toch verder gerekend met deze 40%.

Er zijn dertien weken vakantie, dus 39 lesweken. In de praktijk wordt ervan uitgegaan dat er dan 32 weken per schooljaar zijn waarin effectief wiskunde onderwezen wordt.

Inhoud lesuur

De inhoud van een lesuur verschilt heel erg per docent. Hoewel docenten hetzelfde curriculum moeten aanhouden, hebben ze wel invloed op welk onderwerp ze uitgebreider behandelen. Daarnaast bepalen ze zelf de vorm van het onderwijs, zoals leren door middel van klassikaal onderwijs, zelfstandig werk, groepswerk of weer andere vormen.

Huiswerk

In de *Gymnasiale Oberstufe* wordt door de leerlingen gemiddeld twee uur per dag huiswerk gemaakt verdeeld over alle vakken. In totaal hebben ze tien vakken, waarvan twee *Leistungskurse*. Ervan uitgaande dat voor elk vak evenveel huiswerk gemaakt wordt per lesuur¹⁴, wordt voor wiskunde voor een *Grundkurse* ongeveer 53 minuten per week huiswerk gemaakt en voor een *Leistungskurse* ongeveer 88 minuten.

De inhoud van het huiswerk verschilt net als de inhoud van het lesuur erg per docent.

Onderwerp 4: curriculum

Het curriculum in Duitsland wordt bepaald door de minister van onderwijs. Hierbij wordt hij geadviseerd door een grote groep mensen, zoals onderzoekers en docenten. Dit curriculum wordt dan opgesteld voor 12-15 jaar. Er is een curriculum voor het eerste jaar van de *Gymnasiale Oberstufe*, de *Einführungsphase* genoemd. Daarnaast is er een curriculum voor de laatste twee jaar, de *Qualifikationsphase* genoemd.

Hieronder worden kort de onderwerpen in dit curriculum genoemd, in bijlage 9 staan deze onderwerpen nader toegelicht.

In de *Einführungsphase* worden de volgende onderwerpen behandeld: coördinatenmeetkunde, beschrijvende statistiek en differentiaalrekening met geheel rationale functies.

In de *Qualifikationsphase* kiezen leerlingen uit een *Grundkurse* of *Leistungskurse*. De onderwerpen die hierin behandeld worden, zijn gelijk. Alleen wordt er in de *Leistungskurse* op deze onderwerpen dieper ingegaan.

De onderwerpen die in het curriculum staan, zijn: analyse, lineaire algebra/meetkunde en stochastiek.

Vrije keuze ruimte docent

Docenten zeggen in Duitsland vaak dat ze geen vrije keuze voor de tijdsbesteding in de les hebben, maar in de praktijk wordt volgens Andreas Büchter slechts 60-70% door het curriculum bepaald. Wanneer docenten een onderwerp tegenkomen dat ze belangrijk vinden, dan kunnen ze daar namelijk meer aandacht aan besteden en zo buiten het curriculum onderwijzen. Andreas Büchter neemt de stelling aan dat docenten eigenlijk het curriculum niet zo goed kennen, maar zich laten inspireren door het boek en dat wat zij denken dat goede wiskunde is.

Onderwijsmaterialen

Er zijn diverse boeken uitgegeven voor de *Gymnasiale Oberstufe*. Deze boeken worden uitgegeven door diverse uitgeverij, waarvan er vier grote zijn. Wel brengen deze grote uitgeverij verschillende boeken uit. Er zijn ongeveer zeven boeken die veel gebruikt worden. Alle boeken, die uitgegeven worden, worden door het ministerie gecontroleerd om te bepalen of de inhoud overeenkomt met het curriculum. Vervolgens kiezen de wiskundeleraars van de school welk boek ze gebruiken. Het

¹⁴ In de praktijk zal dit niet waar zijn, omdat leerlingen met het ene vak meer moeite hebben dan het andere en ook voor het ene vak meer huiswerk opkrijgen dan het andere.

verschilt per docent hoe er met het boek wordt omgegaan. Sommige docenten gebruiken het boek elke les, andere gebruiken het een keer in de maand en weer anderen gebruiken helemaal geen boek.

Naast boeken wordt er gebruik gemaakt van (grafische) rekenmachines en computerprogramma's. De mate waarin deze hulpmiddelen gebruikt worden, verschilt per docent.

Onderwerp 5: examinering

In Duitsland zijn er 600 punten te halen voor het totale cijfer¹⁵ op je diploma. Hiervan zijn 200 punten voor de *Grundkurse*, 200 punten voor de *Leistungskurse* en 200 punten voor het centrale *Abitur*.

Die eerste 400 punten worden verzameld door middel van toetsen die door de docent worden afgenomen. Voor deze toetsen zijn abstracte regels door de overheid bepaald over hoe zo'n toets ontworpen moet worden, wanneer de docent welk cijfer moet geven. Er zijn dus geen regels over de inhoud van deze toetsen.

Voor die laatste 200 punten doet de leerling een centraal examen (*Abitur*) in vier vakken. Dit zijn de twee *Leistungskurse* van de leerling en daarnaast nog twee zelfgekozen *Grundkurse*. Drie van deze examens doet de leerling schriftelijk en de laatste (één van de *Grundkurse*) doet de leerling mondeling.

Onderwerp 6: toelating tot universiteit

Er zijn geen eisen voor de toegang tot de universiteit met betrekking tot wiskunde. Wel zijn er studies die, net als in Nederland, een numerus fixus hebben. Hierbij telt het gemiddelde van alle cijfers mee om te bepalen of je toegelaten wordt. Hierbij wordt ook niet gekeken naar welke vakken de leerling gevolgd heeft.

Natuurlijk kunnen problemen ontstaan als bijvoorbeeld iemand met een *Grundkurse* wiskunde een bètastudie gaat volgen, maar als de leerling een goede motivatie heeft, zal hij deze achterstand inhalen.

Onderwerp 7: opleiding docenten

Alle docenten worden in Duitsland opgeleid met een universitaire studie. Hierbij volgen ze vijf jaar een educatie studie aan de universiteit. Docenten voor de middelbare school worden hierbij opgeleid voor minstens twee schoolvakken.

¹⁵ Dit is het cumulatieve cijfer voor alle vakken samen.

Samenvatting beschrijvingen Nederland, Vlaanderen en Duitsland

Hieronder volgen korte samenvattingen van de beschrijvingen van respectievelijk Nederland, Vlaanderen en Duitsland.

Nederland

In Tabel 7 staat een kort overzicht van de wiskundevakken in de bovenbouw van het vwo in Nederland. Hierbij wordt opgemerkt dat wiskunde D alleen gekozen kan worden als de leerling ook wiskunde B volgt.

Tabel 7 Overzicht van de wiskundevakken in Nederland.

	Wiskunde C	Wiskunde A	Wiskunde B	Wiskunde D
Percentage (vwo)-leerlingen	1% (6%)	10% (47%)	10% (46%)	1% (7%)
Grootte programma	480 slu	520 slu	600 slu	440 slu
Gemiddelde lestijd per week (in min)	138	148	169	119
Onderwerpen	Vaardigheden Functies en grafieken Discrete analyse Combinatoriek Kansrekening en statistiek Grafen en matrices	Vaardigheden Functies en grafieken Discrete analyse Combinatoriek Kansrekening en statistiek Differentiaalrekening met toepassingen	Vaardigheden Functies en grafieken Discrete analyse Differentiaal- en integraalrekening Goniometrische functies Voortgezette meetkunde	Vaardigheden Kansrekening en statistiek Dynamische modellen Meetkunde Complexe getallen Wiskunde in wetenschap

In Nederland vindt de examinering van deze vakken plaats door schoolexamens en een centraal examen, behalve wiskunde D dat afsluit met alleen schoolexamens. Het schoolexamen wordt gemaakt door de school met onderwerpen die door de overheid worden verplicht. Het centraal examen wordt gemaakt in opdracht van de overheid. Beide tellen voor 50%.

De keuze voor wiskundevakken kan leiden tot beperkingen van studiemogelijkheden. Voor sociale, juridische en culturele studies zijn er geen beperkingen door de wiskundekeuze. Voor studies in de economie, gezondheidszorg en landbouw is meestal wiskunde A of B toegestaan. Studenten in de natuur en techniek richting hebben over het algemeen wiskunde B nodig.

In Nederland zijn er eerste- en tweedegraads docenten. Tweedegraads docenten worden opgeleid via het HBO en mogen in de onderbouw van de havo en het vwo lesgeven. Eerstegraads docenten mogen op de gehele middelbare school lesgeven en worden opgeleid via de universiteit. Deze docenten volgen na de lerarenopleiding op het HBO of een universitaire studie wiskunde de lerarenopleiding.

Vlaanderen

In Tabel 8 staat een overzicht van de wiskundevakken in de derde graad van het aso. In de tweede graad worden leerlingen hierop voorbereid met een 4-uurs en 5-uursvariant van wiskunde, maar met beiden is het mogelijk om alle wiskundevakken in de derde graad te volgen.

Tabel 8 Overzicht van de wiskundevakken in Vlaanderen

	3-uursvariant	4-uursvariant	6-uursvariant
Percentage (aso)-leerlingen	15% (43%)	5% (14%)	15% (43%)
Aantal lesuren (50 min)	3	4	6
Onderwerpen	Vaardigheden Reële functies Statistiek	Zelfde als 3- uur met iets extra	Zelfde als 3-uursvariant met extra: Algebra; Analyse; Meetkunde; Statistiek en kansrekening; Discrete wiskunde; Wiskunde en cultuur; Onderzoekscompetenties

De examinering van deze vakken vindt plaats door de school en bestaat uit dagelijks werk en examens. Het dagelijks werk zijn alle toetsen door het jaar heen en telt over het algemeen voor 20-30% mee. De examens worden twee keer per jaar meegenomen en geven het overige percentage van het cijfer. De inspectie controleert of de examens wel voldoen aan de eisen in het curriculum.

In principe bepaalt de keuze voor een wiskundevak niet welke opleiding op de universiteit gevolgd kan worden. Voor sommige universitaire studies zijn er wel toelatingsexamens.

Er zijn twee soorten wiskundeleraren. De eerste geeft les aan de eerste en tweede graad. Deze worden opgeleid via het HBO. De tweede soort geeft les aan de tweede en derde graad. Na een universitaire studie wiskunde volgen deze studenten een éénjarige lerarenopleiding.

Duitsland

In Tabel 9 staat een overzicht van de wiskundevakken in de *Qualifikationsphase* in de *Gymnasiale Oberstufe* in Duitsland.

Tabel 9 Een overzicht van de wiskundevakken in Duitsland.

	<i>Grundkurse</i>	<i>Leistungskurse</i>
Percentage leerlingen (uit de <i>Gymnasiale Oberstufe</i>)	27% (67%)	13% (33%)
Aantal lesuren (45 min)	3	5
Onderwerpen	Analyse Lineaire algebra / meetkunde Stochastiek	Zie <i>Grundkurse</i> , de onderwerpen worden uitgebreider behandeld.

De examinering vindt plaats door examens door het jaar heen, die door de school gemaakt worden, en door een centraal examen gemaakt in opdracht van de overheid. Dit centraal examen vindt slechts voor vier vakken plaats en hoeft dus niet per se voor wiskunde plaats te vinden. Wanneer leerlingen een *Leistungskurse* wiskunde volgen, moeten ze wel verplicht het centrale examen voor wiskunde doen.

De toelating tot de universiteit is niet afhankelijk van de wiskundekeuze van de leerling. Sommige studies hebben wel een numerus fixus waar het gemiddelde cijfer meetelt, maar ook dan maakt het niet uit welke vakken gevolgd zijn.

De docenten in Duitsland worden opgeleid door een universitaire studie. Studenten volgen na hun middelbare school meteen een vijfjarige universitaire opleiding tot docent. Hierbij kiezen ze voor twee vakken waarin ze docent willen worden.

Vergelijking

Hieronder wordt een vergelijking gegeven van het onderwijs in Nederland, Vlaanderen en Duitsland (in het bijzonder Noordrijn-Westfalen). Dit wordt gedaan aan de hand van de beschrijvingen die gemaakt zijn van deze landen. De onderwerpen die besproken worden, zijn: inrichting onderwijs, verschillende wiskundevakken, onderwijstijd, curriculum, examinering, toelating tot de universiteit en opleiding docenten.

Onderwerp 1: inrichting onderwijs

In dit onderwerp wordt de inrichting van onderwijs in de verschillende landen vergeleken. Allereerst wordt er gekeken naar de duur van de verschillende onderwijstypes, zoals beschreven in de beschrijvingen. Daarbij wordt ook de leeftijd van de leerlingen meegenomen. Deze gegevens staan in Tabel 10.

Tabel 10 De duur van de opleidingen en de leeftijd van de leerlingen (tussen haakjes) in de verschillende landen.

	Nederland	Vlaanderen	Duitsland
Basisonderwijs	8 (4-12 ¹⁶)	6 (6-12)	4 (6-10)
Middelbare school (vmbo/ bso/ Hauptschule)	Onderbouw: 2 (13-14) Bovenbouw: 2 (15-16)	Eerste graad: 2 (13-14) Tweede graad: 2 (15-16) Derde graad: 2 (17-18)	5 (11-15) 1 (16)
Middelbare school (havo/ tso / Realschule)	Onderbouw: 3 (13-15) Bovenbouw: 2 (16-17)	Eerste graad: 2 (13-14) Tweede graad: 2 (15-16) Derde graad: 2 (17-18)	Realschule: 6 (11-16) Fachoberschule: 2 (17-18)
Middelbare school (vwo/ aso / Gymnasium)	Onderbouw: 3 (13-15) Bovenbouw: 3 (16-18)	Eerste graad: 2 (13-14) Tweede graad: 2 (15-16) Derde graad: 2 (17-18)	Gymnasium: 5 (11-15) Gymnasiale Oberstufe: 3 (16-18)

De voornaamste verschillen die waargenomen worden, zijn de latere leeftijd waarop de basisschool in Vlaanderen en Duitsland begint. Daarnaast valt de korte basisschooltijd in Duitsland op, waarbij leerlingen op 10 tot 11 jarige leeftijd al beginnen op de middelbare school. Hierdoor is de 'onderbouw' van de middelbare school in Duitsland twee jaar langer dan in Nederland. Deze kortere basisschooltijd is één van de punten waarop de verschillende deelstaten in Duitsland van elkaar verschillen.

In Vlaanderen valt de driedeling in het middelbaar onderwijs op ten opzichte van de tweedeling in Nederland en Duitsland.

In Tabel 11 (bladzijde 40) worden de middelbare school onderwijstypes verder naast elkaar gezet op het gebied van het percentage leerlingen.

Allereerst valt op dat Duitsland een schoolvorm heeft, die geen vergelijking in Nederland en Vlaanderen heeft, namelijk de *Gesamtschule*. De *Gesamtschule* in Duitsland heeft meerdere niveaus, die niet gelijk liggen aan de *Hauptschule*, *Realschule* en *Gymnasium*, zoals geldt voor een scholengemeenschap in Nederland. Het is hierbij mogelijk om vakken op verschillende niveaus te volgen. Een leerling kan dan dus bijvoorbeeld wiskunde op het hoogste niveau volgen, terwijl hij Engels op een lager niveau volgt. In het vervolg wordt de *Gesamtschule* buiten beschouwing gelaten.

Opvallend is dat in Nederland het percentage voor het laagste niveau beduidend hoger is dan in het buitenland en daarmee de percentages voor de hogere niveaus beduidend lager zijn. Dit verschil kan n onder andere verklaard worden door het feit dat in Nederland, met behulp van onder meer de CITO-

¹⁶ Het is in Nederland pas vanaf vijf jaar verplicht om naar school toe te gaan.

toets en de juf en meester van de basisschool, een schooladvies wordt gegeven. Dit schooladvies heeft invloed op de schoolkeuze van de leerling. Zowel in België als in Duitsland worden geen adviezen gegeven, maar kiezen de ouders de school voor hun kind uit. Hierbij geven de geïnterviewden aan dat ouders willen dat hun leerlingen zo hoog mogelijk presteren, hierdoor ontstaat ook een soort ‘watervaleffect’ waarbij leerlingen terugzakken. Dit ‘watervaleffect’ is niet te zien in deze cijfers. In Vlaanderen zien we bijvoorbeeld dat in de tweede graad 45% van de leerlingen op het aso zit en in de derde graad nog maar 36% (Vlaams Ministerie van Onderwijs en Vorming, 2012, p. 18).

Tabel 11 De percentages leerlingen per onderwijsvorm in de verschillende Landen

	Nederland ¹⁷	Vlaanderen	Duitsland ¹⁸
vmbo/bsu/Hauptschule	52%	20%	10%
havo/tso/Realschule	21%	35%	30%
vwo/aso/Gymnasium	21%	45%	40%
Gesamtschule			20%

In Duitsland speelt daarnaast ook het grote imagoprobleem van de Hauptschule. Leerlingen die het niveau van de Hauptschule hebben, gaan daardoor vaak naar een Gesamtschule, die in de vergelijking verder niet is meegenomen.

Daarnaast geeft Johan Deprez aan dat de onderwijsvormen in Vlaanderen iets ruimer zijn dan in Nederland, ook hierdoor verschuiven de percentages iets naar de hogere niveaus.

In Tabel 12 (bladzijde 41) staan de doorstroommogelijkheden per onderwijsvorm.

Allereerst valt in Nederland de mogelijkheid op om van het vmbo naar de havo door te stromen en van de havo naar het vwo. In het buitenland zijn die mogelijkheden er nauwelijks. In Duitsland is het wel mogelijk om door goede prestaties diploma's te halen van hogere onderwijsvormen.

In Vlaanderen valt op dat het binnen een onderwijsvorm kan verschillen naar welke richting leerlingen uitstromen. Een reden hiervoor kan zijn dat technische studies naar een technische universiteit doorstromen, waarbij een meer praktische vooropleiding als de tso, geschikt is. Ten derde wordt opgemerkt dat, volgens Johan Deprez, in Vlaanderen de aso breder is dan het Nederlandse vwo. Dit wordt gezien aan het feit dat vanuit het aso er een grotere doorstroom is naar hogescholen dan vanuit het Nederlandse vwo. In Nederland wordt het vwo toch echt beschouwd als voorbereidend op de universiteit, waarbij er leerlingen zijn die naar een hogeschool gaan.

¹⁷ Deze percentages tellen niet op tot 100%, omdat het praktijkonderwijs wel meegenomen is in de percentages, maar niet genoemd staat. Daarnaast heeft een klein gedeelte van de leerlingen nog niet gekozen op het meetpunt, namelijk de derde klas.

¹⁸ Cijfers afkomstig uit jaar 5 van het onderwijs (eerste jaar middelbare school), er treedt daarna een ‘watervaleffect’ op. De cijfers zijn alleen genomen over leerlingen die naar het normaal onderwijs gaan, leerlingen die wegens lichamelijke of psychische beperkingen naar speciaal onderwijs gaan, zijn buiten beschouwing gelaten.

Tabel 12 De doorstroommogelijkheden vanuit de verschillende onderwijsvormen

	Nederland	Vlaanderen	Duitsland
vmbo/bsu/Hauptschule	MBO, ook mogelijk door te stromen naar 4 havo	Arbeidsmarkt	Beroepsonderwijs, arbeidsmarkt, Fachoberschule (ca. 30% krijgt toegang) en ca. 5% naar Gymnasiale Oberstufe (ca. 15% krijgt toegang)
havo/tso/Realschule	Hogescholen, ook mogelijk door te stromen naar 5 vwo	Wisselend per studie voornamelijk hogeschool, met sommige studies naar de universiteit en anderen naar de arbeidsmarkt	Over het algemeen naar de Fachoberschule, ongeveer 50% krijgt toegang tot de Gymnasiale Oberstufe
vwo/aso/Gymnasium	Universiteit, ook mogelijk om naar lagere niveaus zoals de hogeschool te gaan	Universiteit of hogeschool	Naar alle vormen van hoger onderwijs, waaronder de universiteit

In het vervolg wordt deze vergelijking beperkt tot de bovenbouw van het vwo en de vergelijkbare onderwijsvormen in het buitenland. In Vlaanderen is de onderwijsvorm die vergelijkbaar is met het vwo het aso. De vergelijking met de bovenbouw is iets ingewikkelder, omdat Vlaanderen een drieledige opbouw heeft, in plaats van een tweeledige. Daarom wordt gekeken naar de tweede en derde graad van het aso, waarbij op de derde graad uitgebreider ingezoomd wordt. In Duitsland is het *Gymnasium* vergelijkbaar met het Nederlandse vwo. Net als in Nederland is er daar een driejarige bovenbouw, die de *Gymnasiale Oberstufe* genoemd wordt.

In Tabel 13 staan de verschillen en overeenkomsten opgenoemd tussen deze onderwijsvormen.

Tabel 13 De overeenkomsten tussen het vwo en de vergelijkbare onderwijsvormen in het buitenland (tweede en derde graad aso in Vlaanderen, Gymnasiale Oberstufe in Duitsland)

	Vlaanderen	Duitsland
Overeenkomsten met (de bovenbouw) vwo	-Het aso duurt 6 jaar -Uitstroom mogelijk naar hogescholen en universiteit	-Een tweeledige opbouw -Drie jaar 'bovenbouw' -Leeftijd leerlingen van 16-18 -Uitstroom naar alle vormen van hoger onderwijs
Verschillen met (de bovenbouw) vwo	-Een drieledige opbouw -Duur opleiding: 2^e graad 2 jaar, 3^e graad 2 jaar -Leeftijd leerlingen: in de 3^e graad 17-18, in 2^e 15-16 -Ruimer dan het vwo: groter percentage leerlingen en meer uitstroom naar hogeschool	-Een groter percentage volgt het <i>Gymnasium</i> -Leerlingen kunnen in de <i>Gymnasiale Oberstufe</i> instromen als ze van een andere opleiding komen dan het <i>Gymnasium</i>

Onderwerp 2: verschillende wiskundevakken

In alle drie de landen is het verplicht om wiskunde te volgen. Daarbij is het ook mogelijk om te kiezen uit verschillende wiskundevakken. In Nederland zijn er vier wiskundevakken: wiskunde A, B, C en D, waarbij leerlingen verplicht wiskunde A, B of C moeten kiezen en D eventueel extra kunnen kiezen bij wiskunde B. In Vlaanderen zijn er drie wiskunde vakken in de derde graad: een 3-uurs, 4-uurs of 6-uursvariant. In de tweede graad wordt daarop voorbereid met een 4-uurs of 5-uursvariant. In Duitsland is voor de meeste vakken, zo ook wiskunde, keuze uit een *Grundkurse* of *Leistungskurse*.

Net als in Nederland¹⁹ wordt in Vlaanderen de keuze voor wiskunde gedeeltelijk bepaald door de keuze voor andere vakken. In Vlaanderen kiest een leerling twee domeinen waar hij zich in verdiept. Deze domeinen zijn: economie; moderne talen; Grieks; Latijn; wetenschappen; wiskunde of humane wetenschappen. Indien een leerling kiest voor wiskunde, dan krijgt hij de 6-uursvariant. Als hij kiest voor wetenschappen zonder wiskunde dan krijgt hij de 4-uursvariant. Anders krijgt hij de 3-uursvariant.

In Duitsland is dat anders. Daar zijn een aantal vakken, zoals Duits, Engels en wiskunde verplicht. Daarbij kiezen de leerlingen een aantal andere vakken. Daarvan kiezen ze twee vakken die ze als *Leistungskurse* doen, de andere acht vakken doen ze als *Grundkurse*. Hierbij is de keuze vooral breed opgezet. Er worden dus vakken uit de verschillende richtingen gedaan. De keuze voor *Leistungskurse* is grotendeels vrij (zie voor de precieze regels de beschrijving van Duitsland) en kan dus zowel Frans en wiskunde zijn als Engels en Duits of natuurkunde en wiskunde.

In Nederland verschillen de wiskundevakken sterk qua inhoud. Op dit moment is alleen de inhoud van wiskunde C en A nog redelijk gelijk, maar dat zal met de onderwijsvernieuwing in 2015 ook veranderen. In Vlaanderen en Duitsland is dit niet zo, daar is het onderscheid voornamelijk in het aantal uren wiskunde en daarmee in de diepgang. Rainer Kaenders noemt dat het 'theezakjesmodel', eerst wordt er thee gezet met de wiskunde met de meeste uren, vervolgens wordt met hetzelfde theezakje thee gezet voor de wiskunde met de minste uren. Op die manier wordt de wiskunde steeds verder uitgedund met dezelfde ingrediënten.

Over het algemeen wordt wiskunde C gekozen door leerlingen met een sociaal, maatschappelijk, profiel. In Vlaanderen komt dit overeen met de leerlingen die geen wiskunde en wetenschappen kiezen. Dus met de 3-uurs cursus.

Wiskunde A wordt gekozen door leerlingen met een economisch of eventueel profiel met wetenschappen. Dit komt dus overeen met de 3-uurs of 4-uurs cursus in Vlaanderen.

Wiskunde B wordt over het algemeen gekozen door leerlingen die meer richting de natuurwetenschappen of wiskunde gaan, dus dat gaat richting de 4-uurs of 6-uurs cursus in Vlaanderen.

Wiskunde D wordt gekozen door leerlingen die er bewust voor kiezen extra wiskunde te volgen, dat lijkt het meest op de 6-uurs cursus in Vlaanderen.

In Duitsland gaat zo'n zelfde vergelijking niet op, omdat daar geen onderscheid in dit soort profielen is.

In Nederland liggen de percentages van wiskunde A en B redelijk gelijk met respectievelijk 47 en 46 procent in 2012. In Vlaanderen zien we ditzelfde gebeuren met de keuze met 3-uurs en 6-uurs cursus, die beiden rond de 43% leerlingen hebben. In Duitsland liggen deze cijfers iets anders met 66% van de leerlingen die de *Grundkurse* kiezen en 34% die de *Leistungskurse* kiest.

¹⁹ In Nederland kiezen leerlingen een profiel. Tot 2007 was daarbij de keuze voor wiskunde bepaald, tegenwoordig is er meer vrije keuzeruimte voor de wiskundevarianten. Toch bepaalt nog steeds de profielkeuze voor een groot deel de keuze voor wiskunde.

Hierdoor lijkt het alsof in Nederland en Vlaanderen ongeveer hetzelfde percentage leerlingen wiskunde A, B en de 3-uurs en 6-uursvariant kiezen, maar dat is niet helemaal waar. In Nederland volgt namelijk een kleiner percentage leerlingen het vwo dan in Vlaanderen het aso. In Tabel 14 staat welk totaal percentage van de leerlingen deze wiskundevakken volgt.

Tabel 14 Totaal percentage leerlingen dat de verschillende wiskundevakken in Nederland, Vlaanderen en Duitsland volgt.

Nederland	Vlaanderen ²⁰	Duitsland
C: 1%	3-uurs: 15%	Grundkurse: 27%
A: 10%	4-uurs: 5%	Leistungskurse: 13%
B: 10%	6-uurs: 15%	
D: 1%		

Onderwerp 3: onderwijstijd

Zowel in Nederland als Vlaanderen zijn de scholen vrij om te kiezen hoeveel uren wiskundeles zij geven aan leerlingen. Hierdoor verschilt in Nederland het aantal lesuren per school sterk. In Vlaanderen hebben de meeste scholen de bepaling van het aantal lesuren uitbesteed aan de onderwijskoepels. Hierdoor zijn er kleinere verschillen in lesuren dan in Nederland. In Duitsland ligt het anders, daar heeft overheid besloten hoeveel lesuren wiskundeles de leerlingen krijgen.

In Tabel 15 is het aantal uren onderwijstijd voor wiskunde in de laatste drie schooljaren van de bovenbouw weergegeven.

Tabel 15 Lestijden voor wiskunde in Nederland, Vlaanderen en Duitsland

	Nederland ²¹	Vlaanderen ²²	Duitsland
Lestijd per week (in min)	C: 138 A: 148 B: 169 B+D: 288	2 ^e graad: 4-uurs: 200 5-uurs: 250 3 ^e graad 3-uurs: 150 4-uurs: 200 6-uurs: 300	Jaar 10: 135 Jaar 11 en 12: <i>Grundkurse</i> : 135 <i>Leistungskurse</i> : 225
Aantal effectieve schoolweken	4 en 5: 32 6: 26	25	10 en 11: 32 12: 26
Totaal aantal uren wiskundeles²³	C: 207 A: 222 B: 254 B+D: 432	3-uurs: 208 4-uurs: 250 6-uurs: 354	<i>Grundkurse</i> : 203 <i>Leistungskurse</i> : 290

Allereerst valt aan deze tabel op dat in Vlaanderen uitgegaan wordt van 25 effectieve lesweken per jaar. Dit verschil komt allereerst doordat er in Vlaanderen twee tot drie weken meer vakantie is dan

²⁰ In tabel 11 staat dat 45% van de leerlingen voor het aso kiest, in deze tabel is gerekend met de 36% van de leerlingen die door “het watervaleffect” in de derde graad nog over zijn.

²¹ In Nederland is uitgegaan van de gemiddelde lestijd per week, voortkomend uit een enquête van de wiskunde e-brief (Koolstra & Bos, 2009).

²² Hierbij is gekozen voor de onderwijskoepel van de katholieke scholen (70% van de leerlingen). Op de gemeenschapsscholen (25 % van de leerlingen) ligt de onderwijstijd voor wiskunde hoger. Daarnaast is ervan uitgegaan dat de leerlingen die in de tweede graad de 4-uurs cursus volgen in de derde graad voor de 3 of 4-uurs cursus kiezen en als leerlingen de 5-uurs cursus volgen voor de 6-uurs cursus in de derde graad kiezen. In de praktijk zullen er ook leerlingen zijn die een andere route volgen.

²³ Dit aantal wordt berekend door de minuten per week te vermenigvuldigen met het aantal effectieve schoolweken (gesommeerd over alle drie de jaren) en dit dan te delen door zestig.

in Nederland en Duitsland. Het is niet duidelijk waar de overige vier tot vijf weken verschil vandaan komt. Het zou kunnen dat dit voortkomt uit het feit dat het een schatting is en het werkelijke verschil kleiner is.

Vervolgens valt op de het aantal minuten wiskundeles per week in Vlaanderen beduidend hoger ligt dan in Nederland en Duitsland. Doordat het aantal schoolweken beduidend lager is, valt dit in het totaal aantal uren wiskundeles minder op.

Verder valt op dat leerlingen met wiskunde D (en daarbij dus ook wiskunde B) een behoorlijk hoog aantal uren wiskundeles krijgen gemiddeld genomen. Hierbij wordt wel opgemerkt dat wiskunde D door weinig leerlingen gekozen wordt en zelfs niet op alle scholen gegeven wordt. Wanneer gekeken wordt naar wiskunde B dan ligt het aantal uur beduidend lager dan de 6-uursvariant in Vlaanderen en de *Leistungskurse* in Duitsland.

Om deze gegevens goed te interpreteren is het interessant om te kijken naar de percentages van het aantal leerlingen per vak in vergelijking met het wiskundevak. In Tabel 16 staan de twee wiskundevakken met de meeste uren met daarbij het percentage leerlingen en het aantal uren dat leerlingen les krijgen.

Tabel 16 Een vergelijking van het percentage en aantal uren van de wiskundevakken met de meeste uren.

	Nederland	Vlaanderen	Duitsland
Aantal leerlingen met het wiskundevak met de meeste uren.	1%	15%	13%
Aantal uren van het wiskundevak met de meeste uren.	432	354	290
Aantal leerlingen met het wiskundevak met de op één na meeste uren.	9% ²⁴	5%	27%
Aantal uren van het wiskundevak met de op één na meeste uren.	254	250	203

In deze tabel wordt duidelijk dat wanneer we naar de 10% leerlingen kijken, die opgeleid worden met de zwaarste wiskunde, leerlingen in Nederland beduidend minder uur les krijgen dan in Vlaanderen en Duitsland. Weliswaar krijgt 1% van deze leerlingen beduidend meer uur dan in Vlaanderen in Duitsland, de overige 9% krijgt 100 uur minder les dan in Vlaanderen en bijna 40 uur minder dan in Duitsland.

Als laatste wordt opgemerkt dat het aantal uren van de vakken met minder uur, wiskunde C en A in Nederland, de 3-uurs cursus in Vlaanderen en de *Grundkurse* in Duitsland, dicht bij elkaar liggen.

Huiswerk

In alle drie de landen is het gebruikelijk dat leerlingen huiswerk voor wiskunde maken. Op de tijd die leerlingen daaraan besteden is moeilijk een cijfer te plakken en verschilt erg per leerling, per klas en per wiskundevak. In Tabel 17 staat een schatting van de huiswerktijd per vak. Voor Nederland heeft docente A een schatting gegeven van 25 minuten per wiskundeles voor wiskunde B. Deze schatting is ontstaan door een anonieme peiling onder een vijfde klas wiskunde B. Voor de andere vakken ligt de huiswerktijd volgens haar schatting lager. Dit is dus de schatting van één docent en met de uren wiskunde per week op die school. In Vlaanderen is de schatting gemaakt door Johan Deprez. In Duitsland gaven Andreas Büchter en Rainer Kaenders een schatting voor de totale huiswerktijd, die is omgerekend naar de tijd voor wiskunde ervan uitgaande dat aan elk lesuur evenveel huiswerktijd

²⁴ Weliswaar doet 10% van de leerlingen eindexamen in wiskunde B, maar 1% hiervan volgt ook wiskunde D.

besteed wordt. Over het algemeen wordt aangegeven dat deze tijd erg verschilt per leerling en er zijn dan ook weinig conclusies aan te verbinden.

Tabel 17 Huiswerktijd voor wiskunde van leerlingen in Nederland, Vlaanderen en Duitsland.

	Nederland	Vlaanderen	Duitsland
Huiswerktijd per lesuur (in min)	B: 25	15	18
Huiswerktijd voor het gehele vak per week (in min)	B: In 4 ^e klas: 75 In 5 ^e en 6 ^e : 100	3-uurs: 45 4-uurs: 60 6-uurs: 90	<i>Grundkurse</i> : 53 <i>Leistungskurse</i> : 88
Huiswerktijd voor het gehele vak in gehele bovenbouw (in uur)²⁵	B: 136	3-uurs: 56 4-uurs: 75 6-uurs: 113	<i>Grundkurse</i> : 80 <i>Leistungskurse</i> : 113

Onderwerp 4: curriculum

Het grootste verschil dat opvalt bij het bekijken van de curricula voor wiskunde in Nederland, Vlaanderen en Duitsland is verdeling van onderwerpen over de verschillende wiskundevakken in Nederland. In het buitenland worden onderwerpen minder diep behandeld naarmate er minder uren wiskunde beschikbaar zijn. In Nederland hebben de verschillende wiskundevakken verschillende onderwerpen. Zo wordt kansrekening en statistiek behandeld bij wiskunde A, C en D, maar niet bij B, terwijl meetkunde alleen behandeld wordt bij wiskunde B en D.

Ook valt op dat Duitsland veel nadruk legt op lineaire algebra. In Nederland wordt dat onderwerp alleen behandeld bij wiskunde C, maar met veel minder diepgang dan in Duitsland. In Vlaanderen wordt dat onderwerp uitgebreider behandeld dan in Nederland, maar minder diep dan in Duitsland.

Daarnaast valt in Duitsland op dat alle leerlingen leren integreren. In Vlaanderen en Nederland is dat slechts voor een deel van de leerlingen weggelegd (in Nederland bij wiskunde B, in Vlaanderen tijdens de 6-uursvariant).

Verder valt op dat in Vlaanderen complexe getallen behandeld worden in de 6-uursvariant. In Duitsland zit dat helemaal niet in het curriculum, in Nederland is het een keuzeonderwerp bij wiskunde D.

Onderwerp 5: examinering

De regels wat betreft examinering verschillen nogal in de verschillende landen. In

Tabel 18 (bladzijde 46) staan de gegevens van de verschillende landen naast elkaar. Hierbij kijken we alleen naar de toetsen die afgenomen worden in het examenjaar.

Het grootste verschil zit in de centrale examens. In Nederland doet de leerling in vrijwel alle vakken een centraal examen. Er zijn daarbij een aantal uitzonderingen, zoals wiskunde D, waarbij de leerling alleen het schoolexamen maakt. In Duitsland doen leerlingen tegenwoordig ook een centraal examen. Dit vindt alleen maar plaats in vier vakken, die de leerling zelf mag kiezen. Daarbij is het wel verplicht om examens te doen in de twee *Leistungskurse*, die de leerling heeft gekozen. Één van de examens voor de *Grundkurse* vindt mondeling plaats. In Vlaanderen zijn er helemaal geen centrale examens. Er zijn wel twee examen periodes, maar die examens worden door de docent of de school gemaakt. Hierbij zijn dan ook per school verschillende regels wanneer een leerling slaagt.

²⁵ Dit cijfer wordt berekend door de huiswerktijd per week te vermenigvuldigen met het aantal effectieve schoolweken (zie Tabel 15) per jaar en dat voor alle drie de jaren. Dit aantal wordt vervolgens gedeeld door 60.

Tabel 18 Overzicht van de examinering in Nederland, Vlaanderen en Duitsland.

	Nederland	Vlaanderen	Duitsland
Soorten toetsen	1. Schoolexamen 2. Centraal examen	1. Dagelijks werk 2. Examens door school	1. Toetsen 2. <i>Abitur</i> (centraal examen) in vier vakken
Door wie gemaakt	1. Docent (onderwerpen bepaald ministerie) 2. Ministerie	1. Docent 2. Docent of school (onderwerpen bepaald door ministerie)	1. Docent 2. Ministerie
Eindcijfer	50% schoolexamen, 50% centraal examen	20-30% dagelijks werk 70-80% examens	400 punten toetsen 200 punten <i>Abitur</i>
Geslaagd bepaald door	Ministerie	Lerarenteam dat de leerling begeleid	Ministerie

Onderwerp 6: toelating tot de universiteit

In Nederland bestaat er een “kruisjeslijst” waarop aangegeven staat met welk profiel (met eventuele keuzevakken) leerlingen een bepaalde studie mogen doen. Hierbij zijn er bij veel studies ook voor wiskunde eisen (zie beschrijving Nederland). In Vlaanderen en Duitsland geldt een open beleid. Hierbij mogen leerlingen onafhankelijk van hun vakkenpakket elke studie volgen. Wel zijn er in Vlaanderen enkele studies waarvoor een toelatingsexamen afgenomen wordt, denk bijvoorbeeld aan geneeskunde. In Duitsland zijn er net als in Nederland studies met een numerus fixus, hierbij telt het gemiddelde cijfer van alle vakken mee (ook onafhankelijk van welke vakken er gevolgd zijn). Natuurlijk wordt ook in Vlaanderen en Duitsland een bepaalde voorkennis voor een studie verwacht. In Vlaanderen worden leerlingen hierover geïnformeerd, maar wegens marketingredenen gebeurt dit nogal eens wat onduidelijk. In Duitsland wordt ervan uitgegaan dat een goede motivatie het mogelijk maakt dat leerlingen de achterstand inhalen.

Onderwerp 7: opleiding docenten

De opleiding van de docenten in Nederland en Vlaanderen lijkt sterk op elkaar. Er zijn twee soorten docenten. De eerste zijn docenten die opgeleid worden aan de hogeschool. Deze krijgen in Nederland een vierjarige opleiding in één schoolvak en in Vlaanderen een driejarige opleiding in minstens twee schoolvakken. In deze opleiding worden ze zowel onderwezen in pedagogiek en didactiek als in de schoolvakken zelf. Daarnaast lopen de studenten veel stage. In beide landen mogen deze docenten niet op de gehele middelbare school lesgeven. In Nederland geven deze docenten op het vmbo of de onderbouw van de havo en vwo les. In Vlaanderen geven deze docenten in de eerste en tweede graad les.

De tweede soort docenten zijn docenten die eerst een bacheloropleiding en masteropleiding in het vak aan de universiteit, waarna een lerarenopleiding van één jaar gevolgd wordt. In Nederland is het ook mogelijk om in plaats van eerst een masteropleiding in het vak te doen een educatieve master van één of twee jaar te volgen. Tijdens deze lerarenopleiding wordt ook stage gelopen en krijgen studenten alleen nog pedagogisch-didactische vorming. Deze docenten geven in Nederland in het gehele middelbaar onderwijs les, in Vlaanderen in de tweede en derde graad. In Vlaanderen is het wegens een groot tekort aan leraren van deze soort ook mogelijk om met een master als bijvoorbeeld fysici of geologie een opleiding tot wiskundedocent te volgen.

In Duitsland is het onderwijs voor docenten heel anders. Daar worden alle docenten opgeleid met een universitaire studie. Hierbij beginnen studenten meteen aan het begin van hun opleiding met een studie tot docent. Ze volgen dus een vijfjarige opleiding tot docent aan de universiteit. Hierbij worden docenten opgeleid voor minstens twee schoolvakken.

Conclusie & discussie

In dit rapport is gekeken naar de volgende onderzoeksvraag: “Welke verschillen zijn er in het wiskundeonderwijs op het gebied van onderwijstijd, curriculum, examinering, toelating tot de universiteit en opleiding van de docenten tussen Nederland en het buitenland?” Hierbij is het onderzoek beperkt tot de laatste drie jaar van de middelbare school waarin wordt voorbereid op wetenschappelijk onderwijs. In Nederland is dat de bovenbouw van het vwo, in Vlaanderen het laatste jaar van de tweede graad en de gehele derde graad van het aso en in Duitsland de *Gymnasiale Oberstufe*. Er zijn diverse verschillen tussen deze onderwijsvormen.

Voordat gekeken kan worden naar de verschillen op de gebieden uit de onderzoeksvraag, moet gekeken worden naar de verschillende wiskundevakken. Nederland kent vier verschillende wiskundevakken (A, B, C en D), Vlaanderen in de derde graad drie (6-uurs, 4-uurs en 3-uursvariant) en Duitsland twee (*Grundkurse* en *Leistungskurse*). Ook wordt in Nederland de keuze voor andere vakken medebepaald door de keuze voor wiskunde, terwijl dat in Vlaanderen en Duitsland veel vrijer is.

Een belangrijk aspect van het onderwijs is de tijd dat leerlingen daadwerkelijk les krijgen. Het vermoeden was dat die tijd in Nederland erg laag zou zijn. Dit onderzoek maakt duidelijk dat het voor leerlingen die een alfa of gamma richting kiezen wel meevalt²⁶. Zo lijkt wiskunde C qua onderwijstijd op de 3-uursvariant in Vlaanderen en de *Grundkurse* in Duitsland. Wiskunde A, dat door veel leerlingen gekozen wordt met het profiel C&M of E&M, zit ongeveer 20 uur onder de 4-uursvariant in Vlaanderen, maar dus ruim 10 uur boven de 3-uursvariant in Vlaanderen.

Wanneer we naar leerlingen kijken die de bètarichting kiezen²⁷ lijkt Nederland het op het eerste gezicht wel goed te doen met wiskunde D dat qua onderwijstijd (samen met wiskunde B) ver boven de 6-uursvariant in Vlaanderen en de *Leistungskurse* in Duitsland ligt. Alleen is wiskunde D geen verplicht vak, wordt het niet op elke school aangeboden en kiest slechts 7% van de vwo-leerlingen en dus slechts 1% van het totaal aantal leerlingen voor dit vak. In vergelijking volgt 15% van de Vlaamse leerlingen de 6-uursvariant en 13% van de Duitse leerlingen de *Leistungskurse*. De onderwijstijd van deze leerlingen voor wiskunde ligt veel hoger dan voor de leerlingen met wiskunde B. Leerlingen met een bètarichting blijven qua onderwijstijd voor wiskunde in de meeste gevallen dus ver achter bij Vlaanderen en Duitsland. Zeker als we ons realiseren dat het in Nederland mogelijk is om bèta te doen met wiskunde A dat zo’n 20 uur minder lestijd heeft dan de 4-uursvariant in Vlaanderen, dat ook gericht is op de natuurwetenschappen.

Tijdens deze lessen wordt in alle drie de landen een curriculum aangehouden. In dit curriculum heeft Nederland als enige land een scheiding aangebracht in onderwerpen die worden aangeboden bij de verschillende wiskundevakken. Vlaanderen en Duitsland werken volgens een zogenoemd “theezakjesmodel”. Dit betekent dat met de ingrediënten van de moeilijkste wiskundevakken vervolgens ook de andere wiskundevakken worden ingevuld, alleen dan met minder diepgang en bij analyse met bijvoorbeeld minder functies.

Voor wat betreft de examinering is er zowel in Nederland als Duitsland sprake van een centraal examen. In Duitsland vindt dit examen plaats voor slechts vier vakken, dus niet per definitie in wiskunde, terwijl in Nederland voor de meeste vakken centraal examen gedaan wordt (op

²⁶ De keuze voor de alfa of gamma richting op de middelbare school geeft niet per definitie de keuze voor de alfa of gamma richting in de vervolgstudie aan, maar er wordt met de wiskundevakken die gekozen zijn in deze richting wel voorbereid op een alfa en gamma richting.

²⁷ De keuze voor de bèta richting op de middelbare school geeft niet per definitie de keuze voor de bèta richting in de vervolgstudie aan, maar er wordt met de wiskundevakken die gekozen zijn in deze richting wel voorbereid op een bèta richting.

wiskundegebied is wiskunde D daarop een uitzondering). In beide landen wordt ook een gedeelte van het cijfer bepaald door toetsen die door de docent gemaakt zijn, maar die wel aan bepaalde eisen moeten voldoen. In Vlaanderen worden alle toetsen door de docent/school zelf gemaakt, maar wordt er wel streng gecontroleerd door de onderwijsinspectie om de kwaliteit van het onderwijs te waarborgen.

In Nederland bepaalt de keuze voor de vakken tijdens de middelbare school welke studies een leerling kan volgen. De keuze voor een wiskundevak heeft dus invloed op de mogelijke vervolgopleidingen. In Vlaanderen en Duitsland gebeurt dat niet. Daar hebben sommige studies toelatingsexamens (in Vlaanderen) of een numerus fixus, maar in principe kan daar elke studie gekozen worden. In Duitsland geven ze aan dat een goede motivatie veel kan compenseren en dat leerlingen, die heel erg intelligent zijn, zich tijdens hun middelbare schoolopleiding op andere vakken kunnen concentreren dan tijdens hun universitaire studie. Daarentegen zijn er in Vlaanderen wel verwachtingen met betrekking tot de vooropleiding, maar wordt dit om marketingredenen niet altijd even duidelijk aan de student mede gedeeld. Onder andere daardoor zorgt dit open beleid in Vlaanderen voor een hoge uitval in het eerste jaar.

De kwaliteit van het onderwijs wordt voor een groot deel ook bepaald door de kwaliteit van de docenten. De opleiding voor docenten is in Nederland en Vlaanderen vergelijkbaar. Op een hogeschool is het mogelijk om docent te worden voor de lagere klassen, terwijl na een universitaire studie wiskunde in een jaar een docentbevoegdheid gehaald kan worden voor de hoogste klassen. In Vlaanderen kan, wegens een tekort aan docenten, ook ingestroomd worden op deze opleiding met een opleiding waarin een aantal cursussen wiskunde zaten. Daarentegen zijn in Duitsland alle docenten universitair opgeleid. Direct na een middelbare schoolopleiding kiest een leerling ervoor om docent te worden. Vervolgens volgt hij een vijfjarige universitaire opleiding om docent te worden, waarin zowel vakinhoudelijk als pedagogisch en didactisch onderwijs plaatsvindt. Hierbij kiest een docent wel twee vakken uit om les in te geven.

Tijdens dit onderzoek is alleen gekeken naar Vlaanderen en Duitsland. Dit geeft een beperkt beeld van waar Nederland internationaal staat. Toch zijn deze landen wel de landen waar Nederland qua cultuur het meest op lijkt. Door de kleine cultuurverschillen is het onderwijs uit deze landen eenvoudiger met het Nederlandse onderwijs te vergelijken.

Daarnaast blijft een begrip als onderwijstijd lastig te meten. In Nederland bepalen scholen zelf hoeveel uren wiskundeonderwijs ze geven. Dit betekent dat er met gemiddeldes van een peiling uit 2009 is gewerkt. De betrouwbaarheid van die peiling kan bediscussieerd worden, omdat docenten vrijwillig deelnamen aan deze peiling en er is geen beeld welke 110 docenten meegedaan hebben. Het werken met gemiddeldes betekent dat op sommige scholen de onderwijstijd veel hoger is, terwijl op andere scholen de leerlingen minder wiskundeles krijgen. In Vlaanderen en Duitsland was de lestijd makkelijker te bepalen, omdat die respectievelijk door grote onderwijskoepels en door de overheid bepaald wordt.

Voor onderwijstijd is alleen de tijd in de klas genomen. Er is daarbij in alle drie de landen veel verschil tussen wat docenten tijdens deze lestijd doen. Dit betekent dat de tijd bij de ene docent effectiever gebruikt zal worden dan bij de andere.

Naast de tijd in de klas is er ook sprake van de tijd die leerlingen zelfstandig buiten de klas aan wiskunde werken. Deze tijd is ook alleen met een schatting te bepalen. Deze schatting is gemaakt door de docenten en niet door de leerlingen. Dit betekent dat het beeld behoorlijk vertekend kan zijn. Voor vervolgonderzoek zou het daarom interessant om onder leerlingen van diverse scholen te peilen hoeveel tijd zij per week aan hun wiskundehuiswerk besteden.

Als laatste wordt opgemerkt dat alleen kijken naar het wiskundeonderwijs in de bovenbouw het beeld van het middelbare onderwijs op het gebied van wiskunde inperkt. De onderwijstijd en

onderwerpen die behandeld worden in de onderbouw bepalen mede hoe de kwaliteit van het onderwijs in de bovenbouw is. Bij PISA wordt bijvoorbeeld duidelijk dat onder vijftienjarigen (voor de meeste leerlingen laatste jaar onderbouw) de onderwijstijd in Nederland minder is dan in Vlaanderen en Duitsland. In Nederland is die namelijk 2,5 uur per week, in België²⁸ 3,3 en in Duitsland²⁹ 3,0 (OECD, 2004). Voor de Nederlandse leerlingen geeft dit dus al een achterstand op het moment dat ze de bovenbouw van het middelbaar onderwijs instromen.

²⁸ In PISA wordt er gekeken naar geheel België en dus niet zoals in dit onderzoek naar Vlaanderen.

²⁹ In PISA wordt er gekeken naar geheel Duitsland en wordt er dus niet zoals in dit onderzoek gekeken naar Noordrijn-Westfalen in het bijzonder.

Bibliografie

- Akker, J. van. (1998). The science curriculum: Between ideals and outcomes. In B. Fraser, & K. Tobin, *International handbook of science* (pp. 421-447). Dordrecht: Kluwer.
- Alink, N., Gulik, I. van., & Krüger, J. (2007a, maart). *Handreiking schoolexamen wiskunde A vwo*.
Opgehaald van SLO:
<http://www.slo.nl/voortgezet/tweedefase/schoolexamen/handreikingen/>
- Alink, N., Gulik, I. van., & Krüger, J. (2007b, maart). *Handreiking schoolexamen wiskunde B vwo*.
Opgehaald van SLO:
<http://www.slo.nl/voortgezet/tweedefase/schoolexamen/handreikingen/>
- Alink, N., Gulik, I. van., & Krüger, J. (2007c, maart). *Handreiking schoolexamens wiskunde C vwo*.
Opgehaald van SLO:
<http://www.slo.nl/voortgezet/tweedefase/schoolexamen/handreikingen/>
- Aronson, J., Zimmerman, J., & Carlos, L. (1998). *Improving Student Achievement by Extending School: Is It Just a Matter of Time?*. San Fransisco: WestEd.
- Berndsen, F., & Leenen, H. van. (2013). *IPTO Bevoegdheden 2011*. Amsterdam: Regioplan
Beleidsonderzoek.
- Bogaart, T. van den. (2008). Laat onvrede over ingangsniveau bètastudenten niet leiden tot waardeloze A- en C-programma's. *Nieuw Archief Wiskunde*, 283-284.
- CBS. (2012). *Voortgezet onderwijs; deelname leerlingen naar onderwijssoort*. Opgeroepen op 2012, van Statline Centraal Bureau voor de Statistiek:
<http://statline.cbs.nl/StatWeb/publication/?DM=SLNL&PA=80040NED&D1=0,3,6-8,14-15,19-22,55,57-59,61-64,69-70,72-74,76-79,84&D2=1-6&D3=0&D4=0&D5=I&D6=0&D7=I&HDR=G5,G2,G3,G6,T,G4,G1&VW=T>
- CFI. (2007, mei 8). *Bijlage C bij de regeling nadere vooropleidingseisen hoger onderwijs 2007*.
Opgeroepen op oktober 10, 2012, van Dienst uitvoering onderwijs:
http://www.cfi.nl/Public/CFI-online/Images/Bijlage%20C%20bij%20HOenSBS2009104932_tcm2-109593.pdf
- CITO. (2012). *Resultaten per examen 2012*. Opgehaald van CITO:
http://www.cito.nl/onderwijs/voortgezet%20onderwijs/centrale_examens/examenverslagen/resultaten_examen.aspx
- CITO. (sd). *Centrale examens*. Opgeroepen op oktober 10, 2012, van CITO:
http://www.cito.nl/nl/onderwijs/voortgezet%20onderwijs/centrale_examens.aspx
- College voor Examens. (2011a, juni). *Wiskunde A VWO Syllabus centraal examen 2013*. Opgehaald van Examenblad:
http://www.examenblad.nl/9336000/1/j9vvhinitagymgn_m7mvi7dmy3fq6u9_n11vg41h1h4i9qe/vhi1nc4phqyv?topparent=vg41h1h4i9qe

- College voor Examens. (2011b, juni). *Wiskunde B VWO Syllabus centraal examen 2013*. Opgehaald van Examenblad:
http://www.examenblad.nl/9336000/1/j9vvhinitagymgn_m7mvi7dmy3fq6u9_n11vg41h1h4i9qe/vhi1nc4phqyw?topparent=vg41h1h4i9qe
- College voor Examens. (2011c, juni). *Wiskunde C VWO Syllabus centraal examen 2013*. Opgehaald van Examenblad:
http://www.examenblad.nl/9336000/1/j9vvhinitagymgn_m7mvi7dmy3fq6u9_n11vg41h1h4i9qe/vhi1nc4phqyx?topparent=vg41h1h4i9qe
- Commissie Toekomst Wiskunde Onderwijs. (sd). Opgeroepen op oktober 9, 2012, van cTWO: vernieuwingscommissie wiskunde onderwijs: <http://www.fisme.science.uu.nl/ctwo/>
- Craats, J. van de. (2009a, april 14). *De kern van de wiskunde*. Opgeroepen op mei 15, 2013, van Jan van de Craats: <http://staff.science.uva.nl/~craats/KernWiskunde.pdf>
- Craats, J. van de. (2009b). Twee bewogen jaren. *Nieuw Archief Wiskunde*, 29-32.
- EPN. (2009). *Getal en ruimte wi 2007 - documentatie tweede fase*. Opgeroepen op November 5, 2012, van Getal en ruimte: http://www.noordhoffuitgevers.nl/wps/wcm/connect/d531e3cb-a69f-473c-880c-eec009a3e0e/DOCUMENTATIE_GR_tweedefase_druk_klein.pdf?MOD=AJPERES
- Examenprogramma wiskunde D vwo*. (sd). Opgehaald van Examenblad:
http://www.examenblad.nl/9336000/1/j9vvhinitagymgn_m7mvi7dmy3fq6u9_n11vg41h1h4i9qe/vhi1nc4phqyy?topparent=vg41h1h4i9qe
- Groen, W. (2000). Honderd jaar leerplanwijzigingen. In F. Goffree, M. v. Hoorn, & B. Zwaneveld, *Honderd jaar Wiskundeondewijs* (pp. 223-238). Leusden: Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.
- Gulik, I. van., & Krüger, J. (2007, juli). *Handreiking schoolexamen wiskunde D havo/vwo*. Opgehaald van SLO: <http://www.slo.nl/voortgezet/tweedefase/schoolexamen/handreikingen/>
- Hoogland, K., & van Wijk, P. (2011, juli 1). *Wiskunde in de bovenbouw van havo en vwo*. Opgeroepen op september 13, 2012, van Onderwijsraad:
<http://www.onderwijsraad.nl/upload/publicaties/639/documenten/apsnotitie-wiskunde-bovenbouw-hv.pdf>
- Houang, R., & Schmidt, W. (2008). *TIMSS International and Curriculum Analysis and Measuring Educational Opportunities*. Opgeroepen op mei 11, 2013, van International Association for the Evaluation of Educational Achievement:
http://www.iea.nl/fileadmin/user_upload/IRC/IRC_2008/Papers/IRC2008_Houang_Schmidt.pdf
- Koolstra, G., & Bos, M. (2009). *Enquête contacturen: resultaten*. Opgeroepen op oktober 10, 2012, van Wiskunde e-nieuwsbrief: www.wiskundebrief.nl/artikelen/enq-resultaten0905.doc

- Kuiper, W. (2009). *Curriculumevaluatie en verantwoorde vernieuwing van bètaonderwijs- Oratie*. Enschede/Utrecht: SLO/Universiteit Utrecht.
- Landsman, K. (2009). Terug naar de werkelijkheid. *Nieuw Archief Wiskunde*, 48-50.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen. (2011). *Die gymnasiale Oberstufe an Gymnasium und Gesamtschulen in Nordrhein-Westfalen. Informationen für Schülerinnen und Schüler, die im Jahr 2012 in die gymnasiale Oberstufe intreten*. Opgeroepen op december 11, 2012, van Das Gymnasium:
http://www.schulministerium.nrw.de/BP/Schulsystem/Schulformen/Gymnasium/Broschuere_zur_gymnasialen_Oberstufe_2012_13.pdf
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen. (2012, september). *Das schulwesen in Nordrhein-Westfalen aus quantitativer Sicht 2011/2012*. Opgeroepen op december 7, 2012, van
http://www.schulministerium.nrw.de/BP/Schulsystem/Statistik/2011_12/StatUebers375-Quantita2011.pdf
- Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen. (1999). *Richtlinien und Lehrpläne für die Sekundarstufe II - Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen: Mathematik*. Opgehaald van Schulministerium NRW:
<http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/lehrplaene/lehrplannavigator-sek-ii/gymnasiale-oberstufe/gymnasiale-oberstufe.html>
- Nederlandse organisatie voor internationale samenwerking in het hoger onderwijs. (2011, februari). *Landenmodule Duitsland*. Opgeroepen op december 11, 2012, van Landenmodule:
<http://www.nuffic.nl/diplomawaardering/landenmodules>
- Nederlands-Vlaamse accreditatieorganisatie. (2008, december 15). *Nederlands Kwalificatieraamwerk Hoger Onderwijs*. Opgeroepen op mei 8, 2013, van Nederlands-Vlaamse accreditatieorganisatie:
http://www.nvao.net/page/downloads/Nederlands_Kwalificatieraamwerk_Hoger_Onderwijs.pdf
- OECD. (1999). *Classifying Educational Programmes - Manuel for ISCED-97 Implementation in OECD Countries*. Parijs: OECD.
- OECD. (2003a). *PISA 2003 - Student questionnaire*. Opgehaald van Database Pisa 2003:
<http://pisa2003.acer.edu.au/downloads.php>
- OECD. (2003b). *PISA 2003 School questionnaire*. Opgehaald van Database - PISA 2003:
<http://pisa2003.acer.edu.au/downloads.php>
- OECD. (2004). *Learning voor Tomorrow's world: first results from PISA 2003*. France: OECD.
- Onderwijsinspectie Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschappen. (z.d.). *Beoordelingskader onderwijstijd 2012/2013*. Opgeroepen op mei 2, 2013, van Onderwijsinspectie:

<http://www.onderwijsinspectie.nl/binaries/content/assets/Documents+algemeen/2012/beoordelingskader-onderwijstijd-vo-2012-2013.pdf>

Onderwijsraad. (2011). *Profielen in de bovenbouw havo-vwo*. Den Haag: Onderwijsraad.

Qompas. (sd). *Profielen en vakken*. Opgeroepen op oktober 3, 2012, van Qompas ProfielKeuze de digitale gids voor profielkeuze en loopbaanoriëntatie:
<http://profielkeuze.qompas.nl/profielen-en-vakken.html>

Rest, F. van., & Hauwert, G. (2006). *Lieve Maria*. Opgeroepen op mei 29, 2013, van Lieve Maria:
<http://www.lievemaria.nl/>

Rijksoverheid. (sd). *Uitleg bevoegdheid volgens de wet*. Opgeroepen op november 14, 2012, van De Rijksoverheid: <http://bevoegd.minocw.nl/Uitleg.aspx>

Siersma, D. (2008). Visie op wiskundeonderwijs. *Nieuw Archief Wiskunde*, 282.

Siersma, D. (2009). Verder met het wiskundeonderwijs. *Nieuw Archief Wiskunde*, 112-113.

Silva, E. (2012). *Off the Clock: What More Time Can (and Can't) Do for School Turnarounds*. Washington D.C. : Education Sector.

UNESCO Institute for Statistics. (2012). *International Standard Classification of Education - ISCED 2011*. Montreal, Quebec, Canada: UNESCO Institute for Statistics.

Vlaams Ministerie van Onderwijs en Vorming . (2012). *Vlaams onderwijs in cijfers schooljaar 2011-2012*. Opgeroepen op januari 2013, van Onderwijsstatistieken:
http://www.ond.vlaanderen.be/onderwijsstatistieken/2011-2012/VONC_2011-2012/VONC_2012_NL_Integraal_v9.pdf

Vlaams ministerie van onderwijs en vorming. (2012a, 11 26). *Secundair onderwijs - Tweede graad ASO - Wiskunde*. Opgehaald van [Onderwijs.vlaanderen.be](http://www.ond.vlaanderen.be):
<http://www.ond.vlaanderen.be/curriculum/secundair-onderwijs/tweede-graad/aso/vakgebonden/wiskunde/algemeen.htm>

Vlaams ministerie van onderwijs en vorming. (2012b, 11 26). *Secundair onderwijs - ASO - derde graad*. Opgehaald van [Onderwijs.vlaanderen.be](http://www.ond.vlaanderen.be):
<http://www.ond.vlaanderen.be/curriculum/secundair-onderwijs/derde-graad/aso/vakgebonden/wiskunde/algemeen.htm>

Bijlage 1: vragenlijst docenten

Deze bijlage bevat de vragenlijst die gesteld is aan twee docenten die lesgeven in het middelbaar onderwijs in Nederland.

Docent en school

- 1) Wat voor opleiding heeft u gevolgd?
- 2) Hoeveel jaren onderwijservaring heeft u?
- 3) Hoeveel jaren daarvan bij de school waarop u nu werkt?
- 4) Hoeveel en welke bovenbouwklassen van het vwo geeft u op dit moment les?
- 5) Welke lesmethoden en andere materialen (bv. computerlessen) gebruikt u in de bovenbouw?
- 6) Hoe zou u de school waarop u nu lesgeeft omschrijven?

Onderwerp 2: verschillende soorten wiskunde

- 1) Welke wiskundevakken mogen gekozen worden per profiel? Wiskunde A en B toegestaan bij C&M? Wiskunde B toegestaan bij E&M? Wiskunde B toegestaan bij N&G? Wordt wiskunde D gegeven?
- 2) Welk percentage van de leerlingen kiest respectievelijk wiskunde A, B, C en D?

Onderwerp 3: onderwijstijd

- 1) Hoe lang zijn de uren?
- 2) Hoeveel uren krijgen leerlingen per week per jaar met respectievelijk wiskunde A, B, C en D?
- 3) Hoe ziet een gemiddeld lesuur eruit?
- 4) Hoeveel tijd besteden leerlingen aan huiswerk per wiskundevak per week?
- 5) Doen jullie excursies met wiskunde?
- 6) Wordt er meegedaan aan dingen als de olympiade, wiskunde A/B dag, etc.?
- 7) Zijn er praktische opdrachten voor wiskunde? Zo ja, hoeveel tijd wordt daaraan besteed?

Onderwerp 4: curriculum

- 1) Hoeveel tijd besteedt u aan de verschillende domeinen van het curriculum (zie bijlage 7) per vak?
- 2) Welke keuzeonderwerpen behandelt u?
- 3) Hoeveel tijd besteedt u aan onderwerpen buiten het examenprogramma?
- 4) Welke onderwerpen behandelt u bij wiskunde D?

Onderwerp 5: examinering

- 1) Welke eisen gelden er voor wiskunde bij bevordering naar de volgende klas?
- 2) Op welke manieren wordt er geëxamineerd in het schoolexamen? Bv. wordt er gebruik gemaakt van praktische opdrachten? Nationale wiskundetoetsen als de olympiade?
- 3) Hoeveel schoolexamens zijn er?
- 4) Welke onderwerpen worden getoetst en hoe zwaar tellen deze mee?

Bijlage 2: vragenlijst buitenland

In deze bijlage staat de vragenlijst die in Engelse vertaling gebruikt is als uitgangspunt voor het gesprek met Andreas Büchter en Rainer Kaenders.

Achtergrond

1. Wat is uw huidige functie?
2. Waarom bent u in staat om iets te zeggen over het onderwijs in uw land?
3. Als we naar onderwijs kijken in uw land, is dat dan voor het hele land gelijk?
4. Zo nee, over welk deel van het land kunt u iets zeggen?

Onderwerp 1: inrichting onderwijs

1. Hoe is het onderwijs opgebouwd?
2. Op welke leeftijd beginnen leerlingen aan het middelbaar onderwijs?
3. Is er differentiatie naar het niveau van de leerling op de middelbare school?
 - 3.1. Welke niveaus zijn er?
 - 3.2. Hoeveel jaren duren de verschillende niveaus?
 - 3.3. Welk percentage leerlingen gaat naar de verschillende niveaus?
 - 3.4. Wat zijn de doorstroommogelijkheden (naar hoger onderwijs, naar elkaar) vanuit de niveaus?
 - 3.5. Als er geen verschillende niveaus zijn, hoe wordt er gedifferentieerd tussen de leerlingen?

VWO (voorbereidend wetenschappelijk onderwijs)

Het Nederlandse vwo is een zesjarige opleiding, die voorbereidt op wetenschappelijk onderwijs. Naast dat leerlingen hierna kunnen doorstromen naar de universiteit, kunnen ze ook doorstromen naar het hoger beroeps onderwijs.

4. Welke van de bovenstaande niveaus lijkt het meest op het Nederlandse vwo?
 - 4.1. Wat zijn de overeenkomsten met het vwo? (bv. op het gebied van duur, doorstroommogelijkheid: universiteit, HBO)
 - 4.2. Wat zijn de verschillen met het vwo?

Onderbouw/bovenbouw

In Nederland is het onderwijs ingedeeld in een onderbouw en een bovenbouw. Op het vwo is de onderbouw de eerste drie jaar en de bovenbouw de laatste drie jaar. De eerste jaren van de onderbouw zijn vaak nog bedoeld om te bepalen op welk niveau een leerling thuis hoort. In de bovenbouw kiest een leerling een richting (profiel), waarin de leerling zich specialiseert. Leerlingen zijn zestien jaar als ze in de bovenbouw instromen.

5. Hoe is de opbouw van het middelbaar onderwijs? Daarmee wordt bedoeld of er een indeling is in bijvoorbeeld onderbouw/bovenbouw.
6. Welke van deze lagen komt het meest overeen met de Nederlandse bovenbouw?
 - 6.1. Wat zijn de overeenkomsten met de Nederlandse bovenbouw? (bv. op het gebied van leeftijd leerlingen, duur)
 - 6.2. Wat zijn de verschillen met de Nederlandse bovenbouw?

In het vervolg beperken we ons tot het onderwijs dat het meest lijkt op de bovenbouw van het vwo.

Onderwerp 2: verschillende wiskundevakken

1. Is wiskunde verplicht voor alle leerlingen?
2. Is er keuze uit verschillende wiskundevakken?
 - 2.1. Welke verschillende wiskundevakken zijn er?
 - 2.2. Bepaalt de keuze voor wiskunde ook de keuze voor andere vakken of andersom?

2.3. Wat zijn de verschillen tussen deze wiskundevakken?

Wiskunde A, B, C & D

In Nederland zijn er vier wiskundevakken, namelijk wiskunde A, B, C en D.

Wiskunde C is bedoeld voor leerlingen die een maatschappelijk/sociaal profiel doen. Zij krijgen op dit moment een uitgekleeft programma van wiskunde A.

Wiskunde A is een wiskunde die zich vooral richt op toegepaste analyse en statistiek en kansrekening.

Wiskunde B is wiskunde voor leerlingen die de exacte richting op gaat. Dit richt zich meer op analyse en meetkunde, daarbij is er veel aandacht voor algebraïsche vaardigheden, formule vaardigheden en redeneren.

Wiskunde D is een verdieping en verbreding van wiskunde B. Dit is vooral voor leerlingen die echt geïnteresseerd zijn in wiskunde of dit echt nodig denken te hebben in een vervolgopleiding. Bij wiskunde D is er veel vrije keuzeruimte en wordt er onder andere aandacht besteed aan dynamische systemen, kansrekening en complexe getallen.

Vergeleken met de andere wiskunde vakken is wiskunde D een uitzondering, omdat het voor geen enkele vervolgopleiding verplicht is, niet alle scholen het aanbieden en de examinering heel anders is.

2.4. Als we deze wiskundevakken vergelijken met wiskunde A, B, C en D in Nederland waar lijkt het dan het meest op?

2.4.1. Wat zijn de overeenkomsten? (Bv. op het gebied van doelgroep, onderwerpen)

2.4.2. Wat zijn de verschillen?

2.5. Wat zijn de percentages leerlingen die voor de verschillende wiskundevakken kiezen?

2.6. Als er geen verschillende wiskundevakken zijn, hoe wordt er onderscheid gemaakt tussen de verschillende talenten en interesses van leerlingen?

Onderwerp 3: onderwijstijd

1. Licht de hoeveelheid tijd voor wiskunde vast?
2. Door wie wordt bepaald hoeveel tijd er aan wiskunde besteed wordt?
3. Hoeveel lessen wiskunde krijgen leerlingen per week in de verschillende leerjaren?
4. Hoeveel minuten duurt een lesuur?
5. Hoeveel effectieve lesweken zijn er in een schooljaar?
6. Wat gebeurt er tijdens een lesuur (uitleg, huiswerk bespreken, zelfstandig werken)?
7. Hoeveel tijd besteden leerlingen aan het maken van huiswerk?
8. Wat doen leerlingen tijdens het maken van huiswerk (lezen, oefenen, samenvatten, stampen)?

Onderwerp 4: curriculum

1. Is er een curriculum?
 - 1.1. Wie bepaalt het curriculum?
 - 1.2. Voor hoeveel leerjaren is het curriculum opgesteld?
 - 1.3. Wat zijn de eisen in het curriculum? (Evt. website of document met het curriculum)
 - 1.4. Hoeveel vrije keuze ruimte heeft een school of een docent naast het curriculum?
 - 1.5. Als er geen curriculum is, hoe wordt er bepaald wat leerlingen moeten leren?
2. Wat voor materiaal wordt er gebruikt?
3. Wie bepaalt welk materiaal docenten gebruiken?
4. Kunt u een aantal voorbeelden van karakteristieke uitleg of opgaven laten zien?

Onderwerp 5: examinering

Toetsen in Nederland

In Nederland hebben we drie verschillende soorten toetsen, namelijk 'normale' toetsen, schoolexamens en het centraal eindexamen.

De 'normale' toetsen tellen mee voor de overgang van de verschillende leerjaren. Scholen hebben volledige vrijheid in het afnemen van deze toetsen en de consequenties die ze eraan verbinden.

De schoolexamens tellen mee voor het eindexamen en bepalen daarmee mede of de leerling een diploma krijgen. Ook hier heeft de school vrijheid, maar er zijn onderwerpen die verplicht getoetst moeten worden. Alle schoolexamens bij elkaar bepalen 50% van het cijfer op het diploma van de leerling

Het eindexamen wordt landelijk afgenomen. Dit bepaalt 50% van het cijfer van de leerling op zijn diploma.

1. Welke toetsmomenten zijn er in uw land? (zie ook kader: toetsen in Nederland)
2. Wie bepaalt de eisen waaraan deze (evt. verschillende soorten) toetsen moeten voldoen?
3. Wie maakt deze toetsen?
4. Welke invloed hebben deze toetsen?
5. Wie bepaalt dat deze toetsen deze invloed hebben?
6. Als er geen toetsen zijn, hoe wordt dan bepaald welk niveau de leerlingen hebben?

Onderwerp 6: toelating tot de universiteit

1. Zijn er eisen voor wiskunde bij toelating tot bepaalde studies op de universiteit?
 - 1.1. Zo ja, welke eisen zijn er voor wiskunde bij toelating tot bepaalde studies op de universiteit?
 - 1.2. Zo nee, hoe wordt er gezorgd dat leerlingen het juiste wiskunde niveau hebben?

Onderwerp 7: opleiding docenten

1. Is er een opleiding verplicht om wiskunde te mogen onderwijzen?
 - 1.1. Zo ja, welke opleiding?
 - 1.2. Zo nee, hoe wordt bepaald of een docent bekwaam is om wiskunde te onderwijzen?

Bijlage 3: verklarende woordenlijst

Hieronder staat een verklarende woordenlijst van de gebruikte Duitse woorden in dit rapport.

Abitur	Het eindexamen van de <i>Gymnasiale Oberstufe</i>
Abschlusszeugnis der Klasse 10 der Hauptschule	Diploma na zes jaar <i>Hauptschule</i> , vergelijkbaar met het Nederlandse vmbo-t diploma
Allgemeine Hochschulreife	Toegangsbewijs tot alle vormen van hoger onderwijs, zoals de universiteit
Einführungsphase	Het eerste jaar van de <i>Gymnasiale Oberstufe</i> , waarin nog geen examens zijn
Fachoberschule	In principe een vervolg op de <i>Realschule</i> , hoewel leerlingen van de <i>Hauptschule</i> en het <i>Gymnasium</i> ook kunnen instromen. Vergelijkbaar met de bovenbouw van de havo
Fachoberschulreife	Toegangsbewijs tot de <i>Fachoberschule</i>
Gesamtschule	Een soort scholengemeenschap waarin leerlingen vakken op diverse niveaus kunnen volgen
Grundkurse	Een driejarige cursus van een vak
Gymnasiale Oberstufe	De laatste drie jaar van het <i>Gymnasium</i> , vergelijk met de bovenbouw van het vwo
Gymnasium	Het hoogste niveau van middelbaar onderwijs, vergelijkbaar met het Nederlandse vwo
Hauptschulabschluss	Diploma na vijf jaar <i>Hauptschule</i>
Hauptschule	Het laagste niveau van middelbaar onderwijs in Duitsland, vergelijkbaar met het Nederlandse vmbo
Leistungskurse	Een vijfjarige cursus van een vak
Qualifikationsphase	De laatste twee jaar van de <i>Gymnasiale Oberstufe</i> , hierin worden ook de examens afgenomen
Realschule	Het middelste middelbare schoolniveau, vergelijkbaar met de onderbouw van de havo

Bijlage 4: overzicht examinering in centraal examen en schoolexamen in Nederland

In deze bijlage vindt u een overzicht per wiskundevak van welke onderwerpen in het centraal examen (CE) en het schoolexamen (SE) getoetst worden.

Wiskunde C

In Tabel 19 staat een overzicht van de (sub)domeinen die getoetst worden op het centraal examen en het schoolexamen voor wiskunde C. De onderdelen in deze tabel zijn verplicht. Daarnaast kan het bevoegd gezag (de school) ervoor kiezen andere onderdelen toe te voegen aan de schoolexamens.

Tabel 19 Onderwerpen examinering wiskunde C. Bron: handreiking schoolexamen wiskunde C vwo

Domeinen	Subdomeinen	in CE	moet in SE	mag in SE
A Vaardigheden	A1: Informatievaardigheden	X	X	
	A2: Onderzoeksvaardigheden	X	X	
	A3: Technisch-instrumentele vaardigheden	X	X	
	A4: Oriëntatie op studie en beroep		X	
	A5: Algebraïsche vaardigheden	X	X	
Bg Functies en grafieken	Bg1: Standaardfuncties	X		X
	Bg2: Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	X		X
Cg Discrete analyse	Cg1: Veranderingen	X		X
	Cg2: Rijen en recurrente betrekkingen		X	
Eg Combinatoriek en kansrekening	Eg1: Combinatoriek	X		X
	Eg2: Kansen	X		X
	Eg3: Rekenen met kansen	X		X
	Eg4: Speciale discrete verdelingen	X		X
Ea Grafen en matrices	Ea1: Grafen		X	
	Ea2: Matrices		X	
Fa Statistiek en kansrekening	Fa1: Populatie en steekproef		X	
	Fa2: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens		X	
	Fa3: Kansverdelingen	X		X
G Keuzeonderwerpen			X	

Wiskunde A

In Tabel 20 staat een overzicht van de (sub)domeinen die getoetst worden op het centraal examen en het schoolexamen voor wiskunde A. De onderdelen in deze tabel zijn verplicht. Daarnaast kan het bevoegd gezag (de school) ervoor kiezen andere onderdelen toe te voegen aan de schoolexamens.

Wiskunde B

In Tabel 21 staat een overzicht van de (sub)domeinen die getoetst worden op het centraal examen en het schoolexamen voor wiskunde B. De onderdelen in deze tabel zijn verplicht. Daarnaast kan het bevoegd gezag (de school) ervoor kiezen andere onderdelen toe te voegen aan de schoolexamens.

Tabel 20 Onderwerpen examinering wiskunde A. Bron: handreiking schoolexamen wiskunde A vwo

Domeinen	Subdomeinen	in CE	moet in SE	mag in SE
A Vaardigheden	A1: Informatievaardigheden	X	X	
	A2: Onderzoeksvaardigheden	X	X	
	A3: Technisch-instrumentele vaardigheden	X	X	
	A4: Oriëntatie op studie en beroep			
	A5: Algebraïsche vaardigheden		X	
		X	X	
Bg Functies en grafieken	Bg1: Standaardfuncties	X	X	X
	Bg2: Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	X		X
Cg Discrete analyse	Cg1: Veranderingen	X		X
	Cg2: Rijen en recurrente betrekkingen		X	
Eg Combinatoriek en kansrekening	Eg1: Combinatoriek	X		X
	Eg2: Kansen	X		X
	Eg3: Rekenen met kansen	X		X
	Eg4: Speciale discrete verdelingen	X		X
Ba Differentiaalrekening met toepassingen	Ba1: Afgeleide functies	X	X	
	Ba2: Rekenregels	X	X	
Fa Statistiek en kansrekening	Fa1: Populatie en steekproef	X		X
	Fa2: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens	X		X
	Fa3: Kansverdelingen	X		X
	Fa4: Het toetsen van hypothesen	X		X
G Keuzeonderwerpen			X	

Tabel 21 Onderwerpen examinering wiskunde B. Bron: handreiking schoolexamen wiskunde B vwo

Domeinen	Subdomeinen	in CE	moet in SE	mag in SE
A Vaardigheden	A1: Informatievaardigheden	X	X	
	A2: Onderzoeksvaardigheden	X	X	
	A3: Technisch-instrumentele vaardigheden	X	X	
	A4: Oriëntatie op studie en beroep			
	A5: Algebraïsche vaardigheden		X	
		X	X	
Bg Functies en grafieken	Bg1: Standaardfuncties	X		X
	Bg2: Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	X		X
Cg Discrete analyse	Cg1: Veranderingen	X		X
Bb Differentiaal- en integraalrekening	Bb1: Afgeleide functies	X	X	
	Bb2: Algebraïsche technieken	X	X	
	Bb3: Integraalrekening	X	X	
Db Goniometrische functies	Db1: Goniometrische functies	X	X	
Gb Voortgezette meetkunde	Gb1: Oriëntatie op bewijzen	X	X	
	Gb2: Constructie en bewijzen in de vlakke meetkunde	X	X	
F Keuzeonderwerpen			X	

Wiskunde D

Er is alleen een schoolexamen voor wiskunde D. In dit schoolexamen wordt vrijwel het gehele programma van wiskunde D getoetst (zie bijlage 7 voor het curriculum). Toch heeft de school hierbij wel nog keuze. De domeinen A: Vaardigheden, B: Kansrekening en statistiek, C: Dynamische modellen 1, D: Meetkunde en H: Keuzeonderwerpen zijn verplicht te toetsen in het schoolexamen. Daarnaast mag de docent kiezen of hij domein G: Wiskunde in de wetenschap of de beide domeinen E: Complexe getallen en F: Dynamische modellen 2 toetst.

Bijlage 5: inrichting onderwijs in Vlaanderen

In deze bijlage staat een korte beschrijving van de inrichting van het middelbaar onderwijs in Vlaanderen behorend bij figuur 2 in de beschrijving van Vlaanderen.

Verschillende onderwijsvormen

De middelbare school is ingedeeld in een aantal onderwijsvormen, namelijk beroepssecundair onderwijs (bso), kunstsecundair onderwijs (kso), technisch secundair onderwijs (tso) en algemeen secundair onderwijs (aso).

Duur van de opleidingen

Al deze opleidingen duren zes jaar.

Doorstroommogelijkheden

Het is mogelijk om terug te vallen in het onderwijs, dus bijvoorbeeld van het aso terug te gaan naar het tso. In uitzonderlijke gevallen gebeurt het ook de andere kant op.

Leerlingen vanaf de aso kunnen doorstromen naar de universiteit of de hogeschool. Vanuit het tso verschillen de doorstroommogelijkheden per studierichting. De meeste leerlingen stromen door naar de hogeschool. Voor de 'moeilijkere' studierichtingen, zoals industriële wetenschappen, is het mogelijk door te stromen naar de universiteit (bijvoorbeeld naar ingenieursopleidingen). De 'gemakkelijkere' studierichtingen stromen vaak rechtstreeks door naar de arbeidsmarkt. De meeste leerlingen van het bso gaan rechtstreeks naar de arbeidsmarkt.

Bijlage 6: inrichting onderwijs in Duitsland

In deze bijlage staat een beschrijving van de inrichting van het onderwijs in Duitsland. Dit is een uitgebreidere toelichting op figuur 3 in de beschrijving van Duitsland.

Basisschool

Het verplichte onderwijs begint met een vierjarige basisschool waar de leerlingen heengaan wanneer ze zes jaar zijn. Voor die tijd zijn er al een aantal testen om te zien of de leerlingen op taalgebied het juiste niveau hebben. Ook maken veel leerlingen gebruik van de mogelijkheid om naar een kleuterschool te gaan.

Na de vierjarige basisschool gaan de leerlingen naar de onderbouw van het middelbaar onderwijs. Leerlingen zijn dus rond de tien jaar als ze beginnen aan de onderbouw van de middelbare school. In een aantal andere deelstaten duurt het basisonderwijs zes jaar en zijn de leerlingen twaalf als ze naar de middelbare school gaan. De middelbare school duurt dan korter.

Onderbouw middelbare school

Wanneer een leerling naar de onderbouw gaat, heeft hij in grote lijnen vier keuzes: de *Hauptschule*, de *Realschule*, het *Gymnasium* of de *Gesamtschule*.

De *Hauptschule* is het laagste niveau. In het laatste jaar van deze opleiding worden leerlingen ingedeeld in een type A en een type B stroom, waarbij de B-stroom een hoger niveau is dan de A-stroom. De *Hauptschule* kan vergeleken worden met het Nederlandse vmbo. De *Realschule* is het middelste niveau. Dit kan vergeleken worden met de onderbouw van de Nederlandse havo. Het *Gymnasium* is het hoogste niveau en focust op een academisch perspectief. Dit kan vergeleken worden met het Nederlandse vwo.

Naast deze drie niveaus is het voor leerlingen mogelijk naar de *Gesamtschule* te gaan. Dit zou vergeleken kunnen worden met de Nederlandse scholengemeenschap. Alleen is het in Nederland zo dat leerlingen op een scholengemeenschap eigenlijk alsnog een richting kiezen, maar in Duitsland heeft de *Gesamtschule* eigen niveaus en is het voor een leerling ook mogelijk om per vak een niveau te kiezen. Een leerling kan dus wiskunde op het hoogste niveau doen, terwijl hij Duits op het laagste niveau doet.

Bovenbouw middelbare school

Zowel op de *Hauptschule* als de *Realschule* krijg je na de 'onderbouw' een diploma en kan een leerling met dat diploma verdere opleidingen volgen. Het *Gymnasium* en de *Gesamtschule* hebben wel een bovenbouw.

De bovenbouw van het *Gymnasium* heet de *Gymnasiale Oberstufe*. Leerlingen zijn ongeveer zestien wanneer zij beginnen met deze bovenbouw.

Duur en diploma's van de opleidingen

De *Hauptschule* kan vijf of zes jaar duren. Na vijf jaar krijgen leerlingen de *Hauptschulabschluss* met of zonder toegang tot type B. In het zesde jaar volgen leerlingen dan onderwijs in type A of type B. Na het volgen van type A krijgen leerlingen *Abschlusszeugnis der Klasse 10 der Hauptschule*.

Leerlingen die type B volgens behalen het *Fachoberschulreife*. Daarnaast kunnen leerlingen die heel goede resultaten halen toegang krijgen tot de *Gymnasiale Oberstufe*.

De *Realschule* duurt zes jaar. Hierbij is het mogelijk dezelfde diploma's te halen als op de *Hauptschule*. In het algemeen zullen leerlingen hier het *Fachoberschulreife* halen.

Na de onderbouw van het *Gymnasium*, die vijf jaar duurt, gaat een leerling verder op de *Gymnasiale Oberstufe*. De *Gymnasiale Oberstufe* bestaat uit een eenjarige *Einführungsphase* en een tweejarige *Qualificationsphase*. Hierna halen leerlingen het *Zeugniss der Allgemeinen Hochschulreife*. Dit geeft leerlingen toegang tot het hoger onderwijs, waaronder de universiteit.

Doorstromingsmogelijkheden

In het algemeen stromen leerlingen van de *Hauptschule* richting het beroepsonderwijs (vergelijkbaar met het MBO) of direct de arbeidsmarkt op, ongeveer 30% krijgt toeging tot de *Fachoberschule* en daarvan krijgt ongeveer de helft ook toegang tot de *Gymnasiale Oberstufe*.

Leerlingen van de *Realschule* stromen over het algemeen door naar de *Fachoberschule* (vergelijkbaar met de bovenbouw havo), ongeveer 3,5% krijgt een diploma van de *Hauptschule* en ongeveer de helft van de leerlingen heeft toegang tot de *Gymnasiale Oberstufe*.

Leerlingen van het *Gymnasium* doorlopen over het algemeen het hele *Gymnasium*, dus inclusief *Gymnasiale Oberstufe*, en krijgen daarmee het *allgemeine Hochschulreife* (ca. 85% van de leerlingen die begint aan het *Gymnasium*), waarmee ze onder andere naar de universiteit kunnen.

Bijlage 7: curriculum in Nederland

In deze bijlage wordt het curriculum van de verschillende wiskundevakken in Nederland geschetst. Voor het uitgebreide programma verwijs ik naar de handreikingen uitgebracht door het SLO (zie www.slo.nl) en de syllabi met toelichting op de stof voor het centraal examen uitgebracht door het CvE (zie www.examenblad.nl).

De tijd die de twee geïnterviewde docenten besteden aan de verschillende domeinen is lastig te bepalen. Beide docenten gebruiken als voornaamste materiaal de boeken van 'Getal & ruimte'. Door middel van het tellen van de hoofdstukken over een bepaald onderwerp en een schatting van het aantal lessen per hoofdstuk, is er een ruwe schatting te maken van het aantal lesuren. In het interview met docente A is deze schatting gemaakt voor wiskunde B en wiskunde D (deze docente heeft weinig leservaring met wiskunde A en C). In het interview met docent B is besproken dat hij 10-16 lessen aan een hoofdstuk besteed en dat hij precies de hoofdstukken van 'Getal & ruimte' volgt. Een probleem bij deze schatting is dat de hoofdstukken van 'Getal & ruimte' niet altijd over één onderwerp gaat. Zo wordt bijvoorbeeld in een hoofdstuk over goniometrische functies ook besproken hoe je deze functies differentieert en integreert. Deze paragraaf behoort dus tot het domein: 'Bb: differentiaal- en integraalrekening', terwijl het hele hoofdstuk wordt gerekend onder het domein: 'Db: Goniometrische functies'. Daarom zal ik het aantal SLU volgens Getal en Ruimte (EPN, 2009) benoemen en zal ik bij wiskunde B en D de schatting van aantal lesuren die docente A gemaakt heeft bespreken.

Nadat het programma voor wiskunde C, A en B beschreven is, is er een sectie gewijd aan algebraïsche vaardigheden die voor alle drie de vakken in het curriculum staan. Daarna wordt het programma voor wiskunde D besproken, dat geen centraal examen kent.

Wiskunde C

Voor wiskunde C is er 480 slu beschikbaar. Hiervan wordt 100 slu gebruikt voor onderdelen die niet vastliggen in het curriculum, zoals keuzeonderwerpen en praktische opdrachten. De overige 380 slu worden beschreven in het examenprogramma, dit wordt beschreven in Tabel 22.

Tabel 22 Een overzicht van het curriculum voor wiskunde C.

Domeinen	Subdomeinen	Aantal SLU volgens Getal en Ruimte (editie 2007)
A Vaardigheden	A1: Informatievaardigheden A2: Onderzoeksvaardigheden A3: Technisch-instrumentele vaardigheden A4: Oriëntatie op studie en beroep A5: Algebraïsche vaardigheden	
Bg Functies en grafieken	Bg1: Standaardfuncties Bg2: Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	100
Cg Discrete analyse	Cg1: Veranderingen Cg2: Rijen en recurrente betrekkingen	40
Eg Combinatoriek en kansrekening	Eg1: Combinatoriek Eg2: Kansen Eg3: Rekenen met kansen Eg4: Speciale discrete verdelingen	100
Ea Grafen en matrices	Ea1: Grafen Ea2: Matrices	40
Fa Statistiek en kansrekening	Fa1: Populatie en steekproef Fa2: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens Fa3: Kansverdelingen	100
G Keuzeonderwerpen		

Docent B behandelt als keuzeonderwerp het toetsen van hypothesen met het materiaal van wiskunde A. Verder hebben zowel docente A als docent B geen praktische opdrachten bij wiskunde C en geen grote keuzeonderwerpen, dus zouden ze langzamer door de stof van het curriculum kunnen gaan.

Wiskunde A

Voor het programma van wiskunde A is 520 slv beschikbaar. Hiervan is 100 slv beschikbaar voor onderdelen die niet vastliggen, zoals keuzeonderwerpen en praktische opdrachten. Er blijft dus 420 slv waarin het eindexamenprogramma in wordt aangeboden. Hieronder volgt een kort overzicht van dit programma.

Tabel 23 Een overzicht van het curriculum voor wiskunde A.

Domeinen	Subdomeinen	Aantal SLU getal en ruimte (editie 2007)
A Vaardigheden	A1: Informatievaardigheden A2: Onderzoekvaardigheden A3: Technisch-instrumentele vaardigheden A4: Oriëntatie op studie en beroep A5: Algebraïsche vaardigheden	
Bg Functies en grafieken	Bg1: Standaardfuncties Bg2: Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	100
Cg Discrete analyse	Cg1: Veranderingen Cg2: Rijen en recurrente betrekkingen	40
Eg Combinatoriek en kansrekening	Eg1: Combinatoriek Eg2: Kansen Eg3: Rekenen met kansen Eg4: Speciale discrete verdelingen	100
Ba Differentiaalrekening met toepassingen	Ba1: Afgeleide functies Ba2: Rekenregels	80
Fa Statistiek en kansrekening	Fa1: Populatie en steekproef Fa2: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens Fa3: Kansverdelingen Fa4: Het toetsen van hypothesen	100
G Keuzeonderwerpen		

Docent B behandelt als keuzeonderwerp Grafen en matrices waar 40 SLU voor staat. Net als bij wiskunde C geldt dat zowel docente A als docent B geen praktische opdrachten heeft bij wiskunde A. Hierdoor blijven er slv's over die ze zouden kunnen gebruiken om langzamer door de stof te gaan.

Wiskunde B

Het programma voor wiskunde B heeft een grootte van 600 slv. Hiervoor is 100 slv beschikbaar voor onderdelen naar keuze van de school, zoals praktische opdrachten en keuzeonderwerpen. De overige 500 slv bevatten het examenprogramma. In Tabel 24 staat dit programma in het kort.

Zowel docente A als docent B heeft als keuzeonderwerp speciale onderwerpen uit de integratie, zoals partieel integreren en breuksplitsen. Bij de tijd van docente A zit de tijd van het keuzeonderwerp in bij het domein 'Bb: differentiaal- en integraalrekening'. Daarnaast wordt opgemerkt dat de tijdindicatie van docente A alleen de lesuren betreft en dus niet de bijbehorende huiswerktijd.

Daarnaast geeft docente A nog een praktische opdracht van acht uur, namelijk een variant op de wiskunde B dag. Docent B geeft geen praktische opdracht en kan dus langzamer door de stof.

Tabel 24 Een overzicht van het curriculum voor wiskunde B.

Domeinen	Subdomeinen	SLU volgens Getal en Ruimte (editie 2007)	Tijd docente A
A Vaardigheden	A1: Informatievaardigheden A2: Onderzoeksvaardigheden A3: Technisch-instrumentele vaardigheden A4: Oriëntatie op studie en beroep A5: Algebraïsche vaardigheden		25 lessen, dus 20 uur
Bg Functies en grafieken	Bg1: Standaardfuncties Bg2: Functies, grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	100	100 lessen, dus 83 uur
Cg Discrete analyse	Cg1: Veranderingen	20	10 lessen, dus 8-9 uur
Bb Differentiaal- en integraalrekening	Bb1: Afgeleide functies Bb2: Algebraïsche technieken Bb3: Integraalrekening	120	90 lessen, dus 75 uur
Db Goniometrische functies	Db1: Goniometrische functies	40	60-80 lessen, dus 50-67 uur
Gb Voortgezette meetkunde	Gb1: Oriëntatie op bewijzen Gb2: Constructie en bewijzen in de vlakke meetkunde	80	60 lessen, dus 50 uur
F Keuzeonderwerpen		40	

Algebraïsche vaardigheden bij wiskunde A, B en C

In de wiskundeprogramma's van wiskunde A, B en C staat subdomein A5: Algebraïsche vaardigheden. Toch wordt er voor deze drie wiskundevakken een verschillend niveau van algebraïsch inzicht, formulevaardigheid en daarmee beheersing van algebraïsche technieken verwacht. Onder algebraïsche vaardigheden worden zowel specifieke vaardigheden als algemene vaardigheden verstaan.

Specifieke vaardigheden omvatten kennisregels (zoals regels voor breuken, machten, logaritmen en wortel) en manipulatievaardigheden (zoals het kunnen omwerken van expressies en het oplossen van vergelijkingen).

Algemene vaardigheden hebben betrekking op aspecten als aanpak, globale strategie, het herkennen van structuren en methoden en doelgerichtheid.

Voor beide onderdelen verschilt de mate waarin en het niveau waarop deze vaardigheden beheerst moeten worden voor wiskunde A, B en C leerlingen.

Een overzicht van de algebraïsche vaardigheden per wiskunderichting kan gevonden worden in de handreiking schoolexamens voor wiskunde A, B en C vwo, deze staat vinden op de website van SLO (www.slo.nl).

Wiskunde D

In Tabel 25 staat een overzicht van het programma voor wiskunde D. Hierbij is per onderdeel de geadviseerde studielast aangegeven. Deze studielast is dus niet verplicht. Docenten kunnen zelf kiezen hoeveel tijd ze per onderdeel gebruiken en hoe diep ze op het onderwerp ingaan. Daarnaast is aangegeven hoeveel tijd de docente A eraan besteedt. Na de tabel staat nog informatie over het programma van docent B.

Tabel 25 Overzicht van het programma van wiskunde D. Bron: Handreiking schoolexamen wiskunde D havo/vwo

Domeinen	Subdomeinen	Tijd docente A
Domein A Vaardigheden	A1: Algemene vaardigheden A2: Wiskunde en natuurwetenschappelijke vaardigheden A3: Wiskundige vaardigheden	
Domein B Kansrekening en statistiek (160 slu)	B1: Combinatoriek B2: Kansrekening B3: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens B4: Kansverdelingen B5: Het toetsen van hypothesen B6: Profielspecifieke verdieping	75 lessen, dus 62,5 uur
Domein C Dynamische modellen 1 (80 slu)	C1: Discrete dynamische modellen C2: Continue dynamische modellen C3: Toepassingen van discrete en continue dynamische modellen	45 lessen, dus 37,5 uur
Domein D Meetkunde (80 slu)	D1: Oriëntatie op analytische en synthetische methoden D2: Coördinaten, vergelijkingen en figuren in twee dimensies D3: Lijnen, cirkels en kegelsneden in coördinaten D4: Parametrisering D5: De ruimte D6: Toepassingen en ICT	45 lessen, dus 37,5 uur
Domein E Complexe getallen (40 slu)	E1: Basisoperaties E2: Profielspecifieke verdieping	30 lessen, dus 25 uur
Domein F Dynamische modellen 2 (40 slu)		
Domein G Wiskunde in wetenschap (80 slu)		
Domein H Keuzeonderwerpen (40 slu)		15 lessen, dus 12,5 uur

De school van docente A heeft als keuzeonderwerp een praktische opdracht over vectoren of over grafen (de module DisWis).

Docent B volgt het gehele boek, waarbij Getal en Ruimte aangeeft dat elk hoofdstuk ongeveer 25 slu is. De onderwerpen van de hoofdstukken zijn: combinatoriek, kansrekening, kansverdelingen, de normale verdeling, ruimtemeetkunde, hoeken en afstanden, discrete dynamische modellen, complexe getallen, lijnen en cirkels, correlatie en regressie, kegelsneden, complexe getallen gebruiken, kansen en beslissingen, krommen, continue dynamische modellen en limieten.

Bijlage 8: curriculum in Vlaanderen

In deze bijlage worden de door de overheid vastgestelde eindtermen voor de tweede en derde graad van het aso besproken.

Hieronder staan de door de overheid vastgestelde eindtermen voor de tweede graad van het aso (Vlaams ministerie van onderwijs en vorming, 2012a). Hierbij wordt opgemerkt dat door de overheid geen verschillen in eindtermen zijn aangereikt voor de 4-uurs en 5-uursvariant. De verschillen in de twee varianten worden aangebracht door de onderwijskoepels

1. Algemene eindtermen

De leerlingen

- 1 begrijpen en gebruiken wiskundetaal.
- 2 passen probleemoplossende vaardigheden toe.
- 3 verantwoorden de gemaakte keuzes voor representatie- en oplossingstechnieken.
- 4 controleren de resultaten op hun betrouwbaarheid.
- 5 gebruiken informatie- en communicatietechnologie om wiskundige informatie te verwerken, berekeningen uit te voeren of wiskundige problemen te onderzoeken.
- 6 gebruiken kennis, inzicht en vaardigheden die ze verwerven in wiskunde bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit.
- 7 kunnen voorbeelden geven van reële problemen die m.b.v. wiskunde kunnen worden opgelost.
- 8 kunnen voorbeelden geven van de rol van de wiskunde in de kunst.

De leerlingen

- 9*³⁰ ervaren het belang en de noodzaak van bewijsvoering, eigen aan de wiskunde.
- 10* ervaren dat gegevens uit een probleemstelling toegankelijker worden door ze doelmatig weer te geven in een geschikte wiskundige representatie of model.
- 11* ontwikkelen zelfregulatie: het oriënteren op de probleemstelling, het plannen, het uitvoeren en het bewaken van het oplossingsproces.
- 12* ontwikkelen zelfvertrouwen door succeservaring bij het oplossen van wiskundige problemen.
- 13* ontwikkelen bij het aanpakken van problemen zelfstandigheid en doorzettingsvermogen.
- 14* werken samen met anderen om de eigen mogelijkheden te vergroten.

2. Getallenleer en algebra

De leerlingen

- 15 zien reële getallen als eindige of oneindig doorlopende decimale getallen en stellen reële getallen voor op een getallenas.
- 16 gebruiken rekenregels voor machten met gehele exponenten en voor vierkantswortels bij berekeningen.
- 17 schrijven bij praktische formules één variabele in functie van de andere.
- 18 kunnen tweedegraadsveeltermen ontbinden in factoren van de eerste graad.
- 19 kunnen vergelijkingen van de eerste en de tweede graad in één onbekende oplossen.
- 20 kunnen ongelijkheden van de eerste en de tweede graad in één onbekende oplossen.
- 21 lossen problemen op die kunnen vertaald worden naar:

³⁰ Met het oog op de inspectie zijn alle eindtermen die duiden op attitude aangeduid met een *.

- een vergelijking van de eerste en de tweede graad in één onbekende
- een ongelijkheid van de eerste en de tweede graad in één onbekende

3. Reële functies

De leerlingen

- geven, in betekenisvolle situaties die kunnen beschreven worden met een functie, de
 22 samenhang aan tussen verschillende voorstellingswijzen, m.n. verwoording, tabel, grafiek en
 voorschrift.
- berekenen, uitgaande van het voorschrift van de standaardfuncties $f(x) = x$, $f(x) = x^2$,
 23 $f(x) = x^3$, $f(x) = 1/x$, $f(x) = \sqrt{x}$, de coördinaten van een aantal punten van de grafiek en
 schetsen vervolgens de grafiek.
- bouwen vanuit de grafiek van de standaardfuncties $f(x) = x$ en $f(x) = x^2$ de grafiek van de
 24 functies
 $f(x) + k$, $f(x + k)$, $kf(x)$ op.
- leiden domein, bereik, nulwaarden, tekenverandering, stijgen, en dalen, extrema, symmetrie af
 25 uit de bekomen grafieken, vermeld in eindtermen 23 en 24.
- bepalen het voorschrift van een eerstegraadsfunctie die gegeven is door een grafiek of tabel.
 26
- leggen het verband tussen de oplossing(en) van vergelijkingen en ongelijkheden van de eerste
 27 en tweede graad in één onbekende en een bijpassende grafische voorstelling.
- kunnen stelsels van twee vergelijkingen van de eerste graad met twee onbekenden algebraïsch
 28 oplossen en de oplossing grafisch interpreteren.
- kunnen problemen oplossen die te vertalen zijn naar stelsels van twee vergelijkingen van de
 29 eerste graad met twee onbekenden.
- kunnen bij rechten en/of parabolen, gegeven door vergelijkingen, gemeenschappelijke punten
 30 bepalen hetzij algebraïsch, hetzij met behulp van ict.
- lossen problemen op die kunnen beschreven worden met eerste- en tweedegraadsfuncties.
 31
- interpreteren differentiequotiënt als richtingscoëfficiënt van een rechte en als maat voor
 32 gemiddelde verandering over een interval.
- kunnen in toepassingen a en b interpreteren bij gebruik van de eerstegraadsfunctie $y = ax +$
 33 b

4. Meetkunde

De leerlingen

- 34 verklaren gelijkvormigheid van figuren met behulp van schaal en congruentie.
- gebruiken de gelijkvormigheid van driehoeken en de stelling van Thales om de lengte van
 35 lijnstukken te berekenen.
- gebruiken de stelling van Pythagoras bij berekeningen, constructies en in bewijzen.
 36
- gebruiken de begrippen straal, koorde, raaklijn, middelpuntshoek en omtrekshoek bij
 37 berekeningen, constructies en bewijzen.
- definiëren de goniometrische getallen sinus, cosinus en tangens van een hoek als de
 38 verhoudingen van zijden van een rechthoekige driehoek.
- kunnen problemen met zijden en hoeken van driehoeken uit de technische wereld oplossen
 39 door een efficiënte keuze te maken uit:

- de stelling van Thales
 - de stelling van Pythagoras
 - goniometrische getallen
- 40 berekenen in het vlak de afstand tussen twee punten gegeven door hun coördinaten in een cartesisch assenstelsel.
- 41 lossen eenvoudige problemen i.v.m. ruimtelijke situaties op door gebruik te maken van eigenschappen van vlakke figuren.
- 42 kunnen met voorbeelden illustreren dat informatie verloren kan gaan bij het tweedimensionaal afbeelden van driedimensionale situaties.
- 43 kunnen de inhoud van sommige ruimtelijke objecten benaderend berekenen door ze op te splitsen in of aan te vullen tot gekende lichamen.
- 44 kunnen effecten van schaalverandering op inhoud en oppervlakte berekenen.
- 45 gebruiken de begrippen evenwijdig, loodrecht, snijgend en kruisend om de onderlinge ligging aan te geven van rechten en vlakken in ruimtelijke situaties.

5. Statistiek

De leerlingen

- 46 leggen aan de hand van voorbeelden het belang uit van de representativiteit van een steekproef voor het formuleren van statistische besluiten over de populatie.
- 47* staan kritisch tegenover het gebruik van statistiek in de media.
- 48 verwoorden, berekenen en interpreteren frequentie en relatieve frequentie zowel bij individuele als bij gegroepeerde gegevens, in concrete situaties.
- 49 gebruiken de begrippen gemiddelde, modus, mediaan, standaardafwijking om statistische gegevens over een concrete situatie te interpreteren.
- 50 gebruiken en interpreteren diverse grafische voorstellingen van statistische gegevens zowel bij individuele als bij gegroepeerde gegevens, telkens aan de hand van concrete situaties.
- 51 interpreteren relatieve frequentie in termen van kans.

Hieronder volgende de door de overheid vastgestelde eindtermen voor de derde graad. (Vlaams ministerie van onderwijs en vorming, 2012b). Hierbij worden eerst de eindtermen voor alle wiskundevakken genoemd en daarna worden de extra eindtermen voor de 6-uursvariant beschreven.

1. Algemene eindtermen

De leerlingen kunnen

- 1 wiskundetaal begrijpen en gebruiken.
- 2 wiskundige informatie analyseren, schematiseren en structureren.
- 3 eenvoudig mathematiseerbare problemen ontleden (onderscheid maken tussen gegevens en gevraagde, de relevantie van de gegevens nagaan en verbanden leggen ertussen) en vertalen naar een passende wiskundige context.
- 4 wiskundige problemen planmatig aanpakken (door eventueel hiërarchisch op te splitsen in deelproblemen).
- 5 bij het oplossen van wiskundige problemen kritisch reflecteren over het oplossingsproces en het eindresultaat.
- 6 voorbeelden geven van reële problemen die met behulp van wiskunde kunnen worden

- opgelost.
- 7 bij het oplossen van wiskundige problemen functioneel gebruik maken van ict.
- 8 voorbeelden geven van de rol van de wiskunde in de kunst.
- 9 kennis, inzicht en vaardigheden die ze verwerven in wiskunde bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit gebruiken.
- 10 kunnen informatie inwinnen over het aandeel van wiskunde in een vervolgopleiding van hun voorkeur en in hun voorbereiding erop.
- De leerlingen
- 11*³¹ leggen een zin voor nauwkeurigheid aan de dag bij het hanteren en het toepassen van wiskunde.
- 12* ontwikkelen zelfregulatie met betrekking tot het verwerven en verwerken van wiskundige informatie en het oplossen van problemen.
- 13* zijn gericht op samenwerking om de eigen mogelijkheden te vergroten.

2. Reële functies

- De leerlingen
- 14 lezen op een grafiek af:
- eventuele symmetrieën
 - het stijgen, dalen of constant zijn
 - het teken
 - de eventuele nulwaarden
 - de eventuele extrema
- De leerlingen kunnen
- 15 bij veeltermfuncties
- de afgeleide gebruiken als maat voor de ogenblikkelijke veranderlijke
 - met behulp van een intuïtief begrip van limiet het verband leggen tussen:
 - het begrip afgeleide,
 - het begrip differentiequotiënt,
 - de richting van de raaklijn aan de grafiek.
- 16 de afgeleide berekenen van de functies $f(x) = x$, $f(x) = x^2$, $f(x) = x^3$ en de bekomen uitdrukking veralgemenen naar functies $f(x) = x^n$ waarbij n een natuurlijk getal is.
- 17 de som- en de veelvoudregel toepassen om de afgeleide functie te bepalen van een veeltermfunctie.
- 18 bij veeltermfuncties de afgeleide functie gebruiken voor het bestuderen van het veranderingsgedrag en voor het opzoeken of verifiëren van extreme waarden en het verband leggen tussen de afgeleide functie en bijzonderheden van de grafiek.
- 19 het begrip afgeleide herkennen in situaties buiten de wiskunde.
- 20 bij een eenvoudig vraagstuk dat te herleiden is tot het bepalen van extrema van een veeltermfunctie, een veranderlijke kiezen, het functievoorschrift opstellen en de extrema bepalen.
- 21 de uitdrukking a^b , met $a > 0$ en b rationaal, uitleggen.
- 22 de grafiek tekenen van de functie $f(x) = a^x$ (zonedig met behulp van ict), en domein, bereik, bijzondere waarden, stijgen/dalen en asymptotisch gedrag aflezen.

³¹ Eindtermen die betrekking hebben op de attitude van de leerling zijn met oog op de inspectie aangegeven met een *.

- 23 voor geschikte domeinen een verband leggen tussen de functies $f(x) = x^2$ en $f(x) = \sqrt{x}$, $f(x) = x^3$ en $f(x) = \sqrt[3]{x}$ en naar analogie tussen de functies $f(x) = x^n$ en $f(x) = \sqrt[n]{x}$ en tussen de functies $f(x) = a^x$ en $f(x) = {}^a\log(x)$.
- 24 uit de betrekking $a^b = c$ de derde veranderlijke berekenen als de twee andere gegeven zijn (eventueel met behulp van ict).
- 25 lineaire en exponentiële groeiprocessen onderzoeken en bij exponentiële groei concrete problemen oplossen waarbij berekeningen dienen uitgevoerd te worden met betrekking tot beginwaarde, groeifactor en groeipercentage.
- 26 het verband leggen tussen graden en radialen.
- 27 de grafiek tekenen van de functie $f(x) = \sin x$ op basis van de goniometrische cirkel.
- 28 voor de functie $f(x) = \sin x$, domein, bereik, periodiciteit, stijgen/dalen en extrema aflezen van de grafiek.
- 29 de grafieken opbouwen van de functies $f(x) = a \sin(bx + c)$ en daarop a , b en c interpreteren.
- 30 vergelijkingen van de vorm $\sin x = k$ grafisch oplossen.
- 31 bij het oplossen van een probleem, waarbij gebruik gemaakt wordt van bestudeerde functionele verbanden, een functievoorschrift, een vergelijking of een ongelijkheid opstellen.
- 32 tabellen en grafieken bij bestudeerde functies als hulpmiddel gebruiken om functievoorschriften, vergelijkingen en ongelijkheden te interpreteren.

3. Statistiek

De leerlingen kunnen

- 33 in betekenisvolle situaties, gebruik maken van een normale verdeling als continu model bij data met een klokvormige frequentieverdeling en het gemiddelde en de standaardafwijking van de gegeven data gebruiken als schatting voor het gemiddelde en de standaardafwijking van deze normale verdeling.
- 34 het gemiddelde en de standaardafwijking van een normale verdeling grafisch interpreteren.
- 35 grafisch het verband leggen tussen een normale verdeling en de standaardnormale verdeling.
- 36 bij een normale verdeling de relatieve frequentie interpreteren van een verzameling gegevens met waarden tussen twee gegeven grenzen, met waarden groter dan een gegeven grens of met waarden kleiner dan een gegeven grens als de oppervlakte van een gepast gebied.

Naast de eindtermen voor alle wiskundevakken, heeft de 6-uurs cursus in de derde graad bijkomende vakgebonden eindtermen. Deze luiden als volgt:

A. Algebra

De leerlingen kunnen

1. delingen van veeltermen uitvoeren en het binomium van Newton gebruiken;
2. complexe getallen meetkundig voorstellen en er bewerkingen mee uitvoeren;
3. vierkantsvergelijkingen in één complexe onbekende oplossen;
4. met behulp van matrices problemen wiskundig modelleren en oplossen;
5. de basiseigenschappen van een reële vectorruimte (beperkt tot dimensie 2 en 3) herkennen en gebruiken.

B. Analyse

De leerlingen kunnen

6. het verloop van een functie onderzoeken, in het bijzonder voor veeltermfuncties en voor rationale, irrationale, goniometrische, exponentiële en logaritmische functies, met beperking van de moeilijkheidsgraad;
7. een definitie formuleren voor begrippen uit de analyse en de samenhang met hun gebruik in toepassingen aangeven;
8. de eerste en de tweede afgeleide van functies berekenen en ze in concrete situaties gebruiken;
9. de bepaalde en de onbepaalde integraal van functies berekenen en ze in concrete situaties gebruiken;
10. met behulp van de beschikbare analysekennis problemen wiskundig modelleren en oplossen;
11. bij het oplossen van vergelijkingen of ongelijkheden, het omvormen van functievoorschriften, het berekenen van afgeleiden of integralen op een verantwoorde wijze gebruik maken van rekenregels, formules en manuele rekentechnieken;
12. bij het onderzoeken van functies, het oplossen van vergelijkingen of ongelijkheden, bij berekeningen van afgeleiden en integralen en bij het oplossen van problemen geformuleerd met behulp van functies op een verantwoorde wijze gebruik maken van ict-middelen.

C. Meetkunde

De leerlingen kunnen

13. rechten en vlakken door vergelijkingen voorstellen en hun onderlinge ligging bespreken;
14. afstanden tussen punten, rechten en vlakken berekenen;
15. meetkundige problemen met diverse hulpmiddelen voorstellen en oplossen.

D. Statistiek en kansrekening

De leerlingen kunnen

16. wetten van de kansrekening toepassen voor onafhankelijke en voor afhankelijke gebeurtenissen;
17. de binomiale verdeling of de normale verdeling gebruiken als model bij een kansexperiment.

E. Discrete wiskunde

De leerlingen kunnen

18. telproblemen of problemen met betrekking tot discrete veranderingsprocessen wiskundig modelleren en oplossen.

F. Wiskunde en cultuur

De leerlingen kunnen

19. inzicht verwerven in de bijdrage van wiskunde tot de ontwikkeling van exacte en humane wetenschappen, techniek, kunst en het kritische denken.

G. Onderzoekscompetentie

De leerlingen kunnen

20. zich oriënteren op een onderzoeksprobleem door gericht informatie te verzamelen, te ordenen en te bewerken;
21. een onderzoekopdracht met een wiskundige component voorbereiden, uitvoeren en evalueren;
22. de onderzoeksresultaten en conclusies rapporteren en ze confronteren met andere standpunten.

Bijlage 9: curriculum in Duitsland

In deze bijlage worden de onderwerpen in het curriculum voor de *Einführungsphase* en *Qualifikationsphase* uitgebreid besproken.

In de *Einführungsphase* worden de volgende onderwerpen behandeld.

Coördinatenmeetkunde

Rechte lijnen, parabolen, cirkels

Raaklijn van een cirkel en een parabool

Lineaire vergelijkingstelsels voor het bepalen van lijnen en parabolen

Beschrijvende statistiek

Vastleggen, beschrijven en analyseren van statistische data

Statistische begrippen, zoals gemiddelde en spreidingsmaten

Interpreteren en bewerken van statistische begrippen

Regressielijn, regressie, correlatie

Differentiaalrekening met geheel rationale functies

Gemiddelde snelheid van verandering, gemiddelde gradiënt, secans (snijlijn van een kromme), differentiequotiënt

Momentane snelheid van verandering, lokale helling, raaklijn, limieten van differentiequotiënten

Afgeleide en afgeleidenfuncties, raaklijnvergelijking

Afleidingsregels voor geheel rationale functies

Onderzoek van geheel rationale functies met betrekking tot nulstellen, symmetrie, berekenen van toppen, dalen en buigpunten

In de *Qualifikationsphase* kiezen leerlingen uit de *Grundkurse* of *Leistungskurse* voor wiskunde. De onderwerpen die behandeld worden in de *Grundkurse* zijn.

Analyse

Vervolg differentiaalrekening

- Definieren van geheel rationale functies in zakelijk verband.
- Onderzoeken van afleidingsregels van andere groepen van functies
- Extreme waarde problemen

Integraalrekening

- Riemannsommen, onderzoeken van werking
- Stamfunctie, bepaalde integraal, eigenschappen van een bepaalde integraal
- Integraalfunctie, hoofdstelling (met duidelijk continuïteitsbegrip)
- Oppervlakteberekening door integratie
- Een procedure tot numerieke integratie

Lineaire algebra/meetkunde

Lineaire vergelijkingstelsels en vectoriele meetkunde

- Lineaire vergelijkingstelsels voor $n > 2$, matrix-vector-schrijfwijze, systematische oplossingsprocedure van lineaire vergelijkingssystemen, oplossingen onbepaalde lineaire vergelijkingssystemen (dus oneindig veel oplossingen)
- Rekenen met vectoren, parameters bepalen van lijnen en vlakken, coördinaten bepalen van vergelijkingen met vlakken, bepaling van lagen met rechten en vlakken
- Standaard skalarproduct met de gebruikmaking van orthogonaliteit, hoeken en lengte van vectoren.

Matrices (optie 1)

- Afbeeldingsmatrix, schuine parallelprojectie
- Vermenigvuldigen van matrices als verbinding van afbeeldingen.

Matrices (optie 2)

- Overgangsmatrices, combinatie van onderwerpen of stochastische matrices
- Vermenigvuldigen van matrices als verbinding van overgangen

*Stochastiek***Kansrekening**

- Kansen
- Voorwaardelijke kansen, onafhankelijkheid
- Stochast, kansverdeling, verwachtingswaarde, standaarddeviatie
- Binomiale verdeling

Beoordelende statistiek (optie 1)

- Toetsen van hypothesen

Beoordelende statistiek (optie 2)

- Schatten van parameters voor binomiale stochasten

De onderwerpen die behandeld worden in de *Leistungskurse* zijn.

*Analyse***Vervolg differentiaalrekening**

- Definieren van geheel rationale functies in zakelijk verband.
- Afleidingsregels (product-, quotiënt-, kettingregel, afleiding van de inverse)
- Onderzoeken van exponentiële functies en andere functiegroepen
- Onderzoeken van families van functies
- Extreme waarde problemen

Integraalrekening

- Riemannsommen, onderzoeken van werking
- Stamfunctie, integreerbaarheid, bepaalde integraal, eigenschappen bepaalde integraal
- Integraal, hoofdstelling
- Samenhang integreerbaarheid - continuïteit – differentieerbaarheid
- Relaties tussen afleidings- en integreerregels
- Oppervlakteberekening door integratie
- Een procedure tot numerieke integratie
- Oneigenlijke integralen

*Lineaire algebra/meetkunde***Lineaire vergelijkingssystemen en vectoriele meetkunde**

- Lineaire vergelijkingssystemen voor $n > 2$, matrix-vector-schrijfwijze, systematische oplossingsprocedure van lineaire vergelijkingssystemen, oplossingen onbepaalde lineaire vergelijkingssystemen (dus oneindig veel oplossingen)
- Rekenen met vectoren, lineaire afhankelijkheid, basis, dimensie, systeem van voortbrengers, coördinaten bepalen van vergelijkingen met rechten en vlakken
- Standaard skalarproduct met de gebruikmaking van orthogonaliteit, hoeken en lengtes van vectoren
- Normaliseren van vergelijkingen van vlakken, relaties tussen lagen van rechten en vlakken, snijhoek van rechten en vlakken, afstandsproblemen

Matrices (optie 1)

- Afbeeldingsmatrices, parallelprojecties
- Vermenigvuldigen van matrices als verbinding van afbeeldingen, inverse matrices en afbeeldingen
- Groepenstructuur met betrekking tot matrix vermenigvuldiging
- Eigenwaardeproblemen

Matrices (optie 2)

- Overgangsmatrices, stochastische matrices
- Matrix vermenigvuldiging als verbinding van overgangen
- Groepenstructuur met betrekking tot matrix vermenigvuldiging
- Vaste vectoren, stationaire verdeling

*Stochastiek***Kansrekening**

- Kansen
- Voorwaardelijke kansen, onafhankelijkheid, stelling van Bayes
- Stochast, kansverdeling, verwachtingswaarde, standaarddeviatie
- Binomiale verdeling
- Normale verdeling, formule van Moivre-Laplace

Beoordelende statistiek

- Toetsen van hypothesen
- Schatten van parameters

Verbinding van stochastiek met analyse of lineaire algebra

- Verbinding van stochastiek met analyse door continue stochasten of met lineaire algebra door stochastische matrices/Markovketens