Het abc-vermoeden

Sander Dahmen

VU Amsterdam

Vakantiecursus 2017

Optellen en vermenigvuldigen

Beschouw de natuurlijke getallen

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}.$$

Optellen en vermenigvuldigen

Beschouw de natuurlijke getallen

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}.$$

Twee basisoperatie op $\mathbb{N}$: optellen en vermenigvuldigen.

Optellen en vermenigvuldigen

Beschouw de natuurlijke getallen

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}.$$

Twee basisoperatie op $\mathbb{N}$: optellen en vermenigvuldigen.
Atoom t.a.v. optellen is het getal 1:

$$1 = 1, \quad 2 = 1 + 1, \quad 3 = 1 + 1 + 1, \quad 4 = 1 + 1 + 1 + 1, \quad \ldots$$

Optellen en vermenigvuldigen

Beschouw de natuurlijke getallen

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}.$$

Twee basisoperatie op $\mathbb{N}$: optellen en vermenigvuldigen.
Atoom t.a.v. optellen is het getal 1:

$$1 = 1, \quad 2 = 1 + 1, \quad 3 = 1 + 1 + 1, \quad 4 = 1 + 1 + 1 + 1, \quad \ldots$$

Atomen t.a.v. vermenigvuldigen zijn priemgetallen $\{2, 3, 5, 7, \ldots\}$:

$$6 = 2 \cdot 3, \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3, \quad 2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7,$$
$$2017 = 2017, \quad 2018 = 2 \cdot 1009, \quad 1 = \text{‘leeg product’}.$$

Optellen en vermenigvuldigen

Beschouw de natuurlijke getallen

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}.$$

Twee basisoperatie op $\mathbb{N}$: optellen en vermenigvuldigen.
Atoom t.a.v. optellen is het getal 1:

$$1 = 1, \quad 2 = 1 + 1, \quad 3 = 1 + 1 + 1, \quad 4 = 1 + 1 + 1 + 1, \quad \ldots$$

Atomen t.a.v. vermenigvuldigen zijn priemgetallen $\{2, 3, 5, 7, \ldots\}$:

$$6 = 2 \cdot 3, \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3, \quad 2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7,$$
$$2017 = 2017, \quad 2018 = 2 \cdot 1009, \quad 1 = \text{‘leeg product’}.$$

Stelling (Hoofdstelling van de rekenkunde)

Elk natuurlijk getal kan geschreven worden als het product van priemgetallen. Deze schrijfwijze is uniek (op volgorde na).

Samenspel tussen de basisoparaties

Samenspel tussen de basisoparaties

Vermoeden (Goldbach 1742)

Elk even $n \in \mathbb{N}_{\geq 4}$ is te schrijven als som van twee priemgetallen.

Samenspel tussen de basisoparaties

Vermoeden (Goldbach 1742)

Elk even $n \in \mathbb{N}_{\geq 4}$ is te schrijven als som van twee priemgetallen.

bv.: $4 = 2 + 2,\ 6 = 3 + 3,\ 8 = 3 + 5,\ 10 = 3 + 7 = 5 + 5.$

Samenspel tussen de basisoparaties

Vermoeden (Goldbach 1742)

Elk even $n \in \mathbb{N}_{\geq 4}$ is te schrijven als som van twee priemgetallen.

bv.: $4 = 2 + 2,\ 6 = 3 + 3,\ 8 = 3 + 5,\ 10 = 3 + 7 = 5 + 5.$

Samenspel tussen de basisoparaties

Vermoeden (Goldbach 1742)

Elk even $n \in \mathbb{N}_{\geq 4}$ *is te schrijven als som van twee priemgetallen.*

bv.: $4 = 2 + 2,\ 6 = 3 + 3,\ 8 = 3 + 5,\ 10 = 3 + 7 = 5 + 5.$

Stelling (Laatste Stelling van Fermat 1637; Wiles 1994)

Voor alle $n, x, y, z \in \mathbb{N}$ *met* $n > 2$ *geldt:* $\quad x^n + y^n \neq z^n$.

Samenspel tussen de basisoparaties

Vermoeden (Goldbach 1742)

Elk even $n \in \mathbb{N}_{\geq 4}$ *is te schrijven als som van twee priemgetallen.*

bv.: $4 = 2 + 2,\ 6 = 3 + 3,\ 8 = 3 + 5,\ 10 = 3 + 7 = 5 + 5.$

Stelling (Laatste Stelling van Fermat 1637; Wiles 1994)

Voor alle $n, x, y, z \in \mathbb{N}$ *met* $n > 2$ *geldt:* $\quad x^n + y^n \neq z^n.$

Voor $n = 2$ zijn er wel oplossingen, bv.: $3^2 + 4^2 = 5^2$.

ABC-drietal en radicaal

Definitie (ABC-drietal)

Een ABC-drietal is een drietal $(a, b, c) \in \mathbb{N}^3$ *met*

$$a + b = c \quad \textit{en} \quad \operatorname{ggd}(a, b, c) = 1.$$

ABC-drietal en radicaal

Definitie (ABC-drietal)

Een ABC-drietal is een drietal $(a, b, c) \in \mathbb{N}^3$ *met*

$$a + b = c \quad \textit{en} \quad \mathrm{ggd}(a, b, c) = 1.$$

bv.: $(1, 8, 9)$ is een ABC-drietal, want $1 + 8 = 9$ en $\mathrm{ggd}(1, 8, 9) = 1$

ABC-drietal en radicaal

Definitie (ABC-drietal)

Een ABC-drietal is een drietal $(a, b, c) \in \mathbb{N}^3$ *met*

$$a + b = c \quad \textit{en} \quad \mathrm{ggd}(a, b, c) = 1.$$

bv.: $(1, 8, 9)$ is een ABC-drietal, want $1 + 8 = 9$ en $\mathrm{ggd}(1, 8, 9) = 1$

$(3^4, 5^2 \cdot 7, 2^8)$ ook, want $81 + 175 = 256$ en $\mathrm{ggd}(3^4, 5^2 \cdot 7, 2^8) = 1$

ABC-drietal en radicaal

Definitie (ABC-drietal)

Een ABC-drietal is een drietal $(a, b, c) \in \mathbb{N}^3$ *met*

$$a + b = c \quad \textit{en} \quad \mathrm{ggd}(a, b, c) = 1.$$

bv.: $(1, 8, 9)$ is een ABC-drietal, want $1 + 8 = 9$ en $\mathrm{ggd}(1, 8, 9) = 1$
$(3^4, 5^2 \cdot 7, 2^8)$ ook, want $81 + 175 = 256$ en $\mathrm{ggd}(3^4, 5^2 \cdot 7, 2^8) = 1$

Definitie (radicaal)

Het radicaal van een $n \in \mathbb{N}$ *is het product van zijn priemdelers:*

$$\mathrm{rad}(n) := \prod_{p|n,\ p \text{ priem}} p.$$

ABC-drietal en radicaal

Definitie (ABC-drietal)

Een ABC-drietal is een drietal $(a, b, c) \in \mathbb{N}^3$ *met*

$$a + b = c \quad \textit{en} \quad \mathrm{ggd}(a, b, c) = 1.$$

bv.: $(1, 8, 9)$ is een ABC-drietal, want $1 + 8 = 9$ en $\mathrm{ggd}(1, 8, 9) = 1$
$(3^4, 5^2 \cdot 7, 2^8)$ ook, want $81 + 175 = 256$ en $\mathrm{ggd}(3^4, 5^2 \cdot 7, 2^8) = 1$

Definitie (radicaal)

Het radicaal van een $n \in \mathbb{N}$ *is het product van zijn priemdelers:*

$$\mathrm{rad}(n) := \prod_{p|n,\ p \text{ priem}} p.$$

bv.: $\mathrm{rad}(2016) = \mathrm{rad}(2^5 \cdot 3^2 \cdot 7) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$

ABC-drietal en radicaal

Definitie (ABC-drietal)

Een ABC-drietal is een drietal $(a, b, c) \in \mathbb{N}^3$ *met*

$$a + b = c \quad \textit{en} \quad \mathrm{ggd}(a, b, c) = 1.$$

bv.: $(1, 8, 9)$ is een ABC-drietal, want $1 + 8 = 9$ en $\mathrm{ggd}(1, 8, 9) = 1$
$(3^4, 5^2 \cdot 7, 2^8)$ ook, want $81 + 175 = 256$ en $\mathrm{ggd}(3^4, 5^2 \cdot 7, 2^8) = 1$

Definitie (radicaal)

Het radicaal van een $n \in \mathbb{N}$ *is het product van zijn priemdelers:*

$$\mathrm{rad}(n) := \prod_{p|n,\ p \text{ priem}} p.$$

bv.: $\mathrm{rad}(2016) = \mathrm{rad}(2^5 \cdot 3^2 \cdot 7) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$
$\mathrm{rad}(2013) = \mathrm{rad}(3 \cdot 11 \cdot 61) = 3 \cdot 11 \cdot 61 = 2013$

Kwaliteit

Voor een ABC-drietal (a, b, c) beschouwen we het getal q met

$$c = \mathrm{rad}(abc)^q.$$

Kwaliteit

Voor een ABC-drietal (a, b, c) beschouwen we het getal q met

$$c = \mathrm{rad}(abc)^q.$$

Definitie (Kwaliteit)

De kwaliteit van een ABC-drietal (a, b, c) is

$$q(a, b, c) := \frac{\log(c)}{\log(\mathrm{rad}(abc))}.$$

Kwaliteit

Voor een ABC-drietal (a, b, c) beschouwen we het getal q met

$$c = \mathrm{rad}(abc)^q.$$

Definitie (Kwaliteit)

De kwaliteit van een ABC-drietal (a, b, c) is

$$q(a, b, c) := \frac{\log(c)}{\log(\mathrm{rad}(abc))}.$$

a	b	c	$\mathrm{rad}(abc)$	$q(a, b, c)$
3^4	$5^2 \cdot 7$	$2^8 = 256$	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$	$\frac{\log(256)}{\log(210)} = 1,03704\ldots$
3^2	2^6	73	$2 \cdot 3 \cdot 73 = 438$	$\frac{\log(73)}{\log(438)} = 0,70541\ldots$
1	1	2	2	$\frac{\log(2)}{\log(2)} = 1$

Het vermoeden

Vermoeden (abc-vermoeden, Oesterlé en Masser 1985)

Voor elke $Q > 1$ zijn er slechts eindig veel ABC-drietallen met kwaliteit $> Q$.

Het vermoeden

Vermoeden (abc-vermoeden, Oesterlé en Masser 1985)

Voor elke $Q > 1$ zijn er slechts eindig veel ABC-drietallen met kwaliteit $> Q$.

Als het vermoeden waar is, dan bestaat er een grootste kwaliteit van alle ABC-drietallen. Dit levert het volgende gevolg op.

Het vermoeden

Vermoeden (abc-vermoeden, Oesterlé en Masser 1985)

Voor elke $Q > 1$ zijn er slechts eindig veel ABC-drietallen met kwaliteit $> Q$.

Als het vermoeden waar is, dan bestaat er een grootste kwaliteit van alle ABC-drietallen. Dit levert het volgende gevolg op.

Vermoeden (zwak abc-vermoeden)

Er bestaat een $Q_{\text{max}} > 1$ zodat alle ABC-drietallen kwaliteit $\leq Q_{\text{max}}$ hebben.

Voorbeelden

ABC-drietallen met kwaliteit $> 1,4$ worden *goed* genoemd.

Voorbeelden

ABC-drietallen met kwaliteit $> 1,4$ worden *goed* genoemd.
Er zijn hier momenteel 240 van gevonden (met $a < b$).

Voorbeelden

ABC-drietallen met kwaliteit $> 1,4$ worden *goed* genoemd.
Er zijn hier momenteel 240 van gevonden (met $a < b$).

plek	a	b	c	$q(a,b,c)$	ontdekker(s)
1	2	$3^{10} \cdot 109$	23^5	$1,6299$	Reyssat
2	11^2	$3^2 \cdot 5^6 \cdot 7^3$	$2^{21} \cdot 23$	$1,6260$	de Weger
3	$19 \cdot 1307$	$7 \cdot 29^2 \cdot 31^8$	$2^8 \cdot 3^{22} \cdot 5^4$	$1,6235$	Browkin-Brzezinski

Voorbeelden

ABC-drietallen met kwaliteit $> 1,4$ worden *goed* genoemd.
Er zijn hier momenteel 240 van gevonden (met $a < b$).

plek	a	b	c	$q(a,b,c)$	ontdekker(s)
1	2	$3^{10} \cdot 109$	23^5	$1,6299$	Reyssat
2	11^2	$3^2 \cdot 5^6 \cdot 7^3$	$2^{21} \cdot 23$	$1,6260$	de Weger
3	$19 \cdot 1307$	$7 \cdot 29^2 \cdot 31^8$	$2^8 \cdot 3^{22} \cdot 5^4$	$1,6235$	Browkin-Brzezinski

Meest recente (Frank Rubin, mei 2017):

$$3^{13} \cdot 37^5 \cdot 44939^2 + 5^5 \cdot 7^{23} \cdot 19 \cdot 463 \cdot 863 = 2^{20} \cdot 53^8 \cdot 61 \cdot 113^4$$

kwaliteit $\approx 1,4206$ (135e plek); c heeft 30 cijfers!

Voorbeelden

ABC-drietallen met kwaliteit $> 1,4$ worden *goed* genoemd.
Er zijn hier momenteel 240 van gevonden (met $a < b$).

plek	a	b	c	$q(a,b,c)$	ontdekker(s)
1	2	$3^{10} \cdot 109$	23^5	$1,6299$	Reyssat
2	11^2	$3^2 \cdot 5^6 \cdot 7^3$	$2^{21} \cdot 23$	$1,6260$	de Weger
3	$19 \cdot 1307$	$7 \cdot 29^2 \cdot 31^8$	$2^8 \cdot 3^{22} \cdot 5^4$	$1,6235$	Browkin-Brzezinski

Meest recente (Frank Rubin, mei 2017):

$$3^{13} \cdot 37^5 \cdot 44939^2 + 5^5 \cdot 7^{23} \cdot 19 \cdot 463 \cdot 863 = 2^{20} \cdot 53^8 \cdot 61 \cdot 113^4$$

kwaliteit $\approx 1,4206$ (135e plek); c heeft 30 cijfers!

Meer info op website Bart de Smit:
`http://www.math.leidenuniv.nl/~desmit/abc/index.php?set=2`

Enige computerinzet

ABC-hit: ABC-drietal met kwaliteit > 1 (en $a < b$).

Enige computerinzet

ABC-hit: ABC-drietal met kwaliteit > 1 (en $a < b$).
Hier bestaan er oneindig veel van

Enige computerinzet

ABC-hit: ABC-drietal met kwaliteit > 1 (en $a < b$).
Hier bestaan er oneindig veel van bv.:

$$(a_n, b_n, c_n) := (1, 9^n - 1, 9^n).$$

Enige computerinzet

ABC-hit: ABC-drietal met kwaliteit > 1 (en $a < b$).
Hier bestaan er oneindig veel van bv.:

$$(a_n, b_n, c_n) := (1, 9^n - 1, 9^n).$$

Voor bewijs, gebruik dat b_n deelbaar is door $8 = 2^3$.

Enige computerinzet

ABC-hit: ABC-drietal met kwaliteit > 1 (en $a < b$).
Hier bestaan er oneindig veel van bv.:

$$(a_n, b_n, c_n) := (1, 9^n - 1, 9^n).$$

Voor bewijs, gebruik dat b_n deelbaar is door $8 = 2^3$.

ABC@Home project van Universiteit Leiden: via wereldwijd gedistribueerd algoritme zijn alle ABC-hits met $c < 10^{18}$ gevonden.

Enige computerinzet

ABC-hit: ABC-drietal met kwaliteit > 1 (en $a < b$).
Hier bestaan er oneindig veel van bv.:

$$(a_n, b_n, c_n) := (1, 9^n - 1, 9^n).$$

Voor bewijs, gebruik dat b_n deelbaar is door $8 = 2^3$.

ABC@Home project van Universiteit Leiden: via wereldwijd gedistribueerd algoritme zijn alle ABC-hits met $c < 10^{18}$ gevonden.
Aantal: 14 482 065

Enige computerinzet

ABC-hit: ABC-drietal met kwaliteit > 1 (en $a < b$).
Hier bestaan er oneindig veel van bv.:

$$(a_n, b_n, c_n) := (1, 9^n - 1, 9^n).$$

Voor bewijs, gebruik dat b_n deelbaar is door $8 = 2^3$.

ABC@Home project van Universiteit Leiden: via wereldwijd gedistribueerd algoritme zijn alle ABC-hits met $c < 10^{18}$ gevonden.
Aantal: 14 482 065
Zelfde algoritme vond alle goede ABC-drietallen met $c < 10^{20}$.

Enige computerinzet

ABC-hit: ABC-drietal met kwaliteit > 1 (en $a < b$).
Hier bestaan er oneindig veel van bv.:

$$(a_n, b_n, c_n) := (1, 9^n - 1, 9^n).$$

Voor bewijs, gebruik dat b_n deelbaar is door $8 = 2^3$.

ABC@Home project van Universiteit Leiden: via wereldwijd gedistribueerd algoritme zijn alle ABC-hits met $c < 10^{18}$ gevonden.
Aantal: 14 482 065
Zelfde algoritme vond alle goede ABC-drietallen met $c < 10^{20}$.

Andere technieken: kettingbreuken, LLL-algoritme.

Enige computerinzet

ABC-hit: ABC-drietal met kwaliteit > 1 (en $a < b$).
Hier bestaan er oneindig veel van bv.:

$$(a_n, b_n, c_n) := (1, 9^n - 1, 9^n).$$

Voor bewijs, gebruik dat b_n deelbaar is door $8 = 2^3$.

ABC@Home project van Universiteit Leiden: via wereldwijd gedistribueerd algoritme zijn alle ABC-hits met $c < 10^{18}$ gevonden.
Aantal: 14 482 065
Zelfde algoritme vond alle goede ABC-drietallen met $c < 10^{20}$.

Andere technieken: kettingbreuken, LLL-algoritme.
Bijvoorbeeld: $\sqrt[5]{109} \approx 23/9$

Enige computerinzet

ABC-hit: ABC-drietal met kwaliteit > 1 (en $a < b$).
Hier bestaan er oneindig veel van bv.:

$$(a_n, b_n, c_n) := (1, 9^n - 1, 9^n).$$

Voor bewijs, gebruik dat b_n deelbaar is door $8 = 2^3$.

ABC@Home project van Universiteit Leiden: via wereldwijd gedistribueerd algoritme zijn alle ABC-hits met $c < 10^{18}$ gevonden.
Aantal: 14 482 065
Zelfde algoritme vond alle goede ABC-drietallen met $c < 10^{20}$.

Andere technieken: kettingbreuken, LLL-algoritme.
Bijvoorbeeld: $\sqrt[5]{109} \approx 23/9$
Dus: $3^{10} \cdot 109 - 23^5$ is 'klein' in absolute waarde. Bereken: -2.

Enige computerinzet

ABC-hit: ABC-drietal met kwaliteit > 1 (en $a < b$).
Hier bestaan er oneindig veel van bv.:

$$(a_n, b_n, c_n) := (1, 9^n - 1, 9^n).$$

Voor bewijs, gebruik dat b_n deelbaar is door $8 = 2^3$.

ABC@Home project van Universiteit Leiden: via wereldwijd gedistribueerd algoritme zijn alle ABC-hits met $c < 10^{18}$ gevonden.
Aantal: 14 482 065
Zelfde algoritme vond alle goede ABC-drietallen met $c < 10^{20}$.

Andere technieken: kettingbreuken, LLL-algoritme.
Bijvoorbeeld: $\sqrt[5]{109} \approx 23/9$
Dus: $3^{10} \cdot 109 - 23^5$ is 'klein' in absolute waarde. Bereken: -2.
Nu: $2 + 3^{10} \cdot 109 = 23^5$.

Fermat

Stelling (abc impliceert asymptotisch Fermat)

Neem aan: alle ABC-drietallen hebben kwaliteit $\leq Q$.
Dan geldt voor alle $x, y, z, n \in \mathbb{N}$*:*

$$n \geq 3Q \quad \Rightarrow \quad x^n + y^n \neq z^n.$$

Fermat

Stelling (abc impliceert asymptotisch Fermat)

Neem aan: alle ABC-drietallen hebben kwaliteit $\leq Q$.
Dan geldt voor alle $x, y, z, n \in \mathbb{N}$:

$$n \geq 3Q \quad \Rightarrow \quad x^n + y^n \neq z^n.$$

Bewijs. Laat $x, y, z, n \in \mathbb{N}$ met $x^n + y^n = z^n$.

Fermat

Stelling (abc impliceert asymptotisch Fermat)

Neem aan: alle ABC-drietallen hebben kwaliteit $\leq Q$*.*
Dan geldt voor alle $x, y, z, n \in \mathbb{N}$*:*

$$n \geq 3Q \quad \Rightarrow \quad x^n + y^n \neq z^n.$$

Bewijs. Laat $x, y, z, n \in \mathbb{N}$ met $x^n + y^n = z^n$.
Door ggd weg te delen, kunnen we aannemen dat $\text{ggd}(x, y, z) = 1$.

Fermat

Stelling (abc impliceert asymptotisch Fermat)

Neem aan: alle ABC-drietallen hebben kwaliteit $\leq Q$.
Dan geldt voor alle $x, y, z, n \in \mathbb{N}$:

$$n \geq 3Q \quad \Rightarrow \quad x^n + y^n \neq z^n.$$

Bewijs. Laat $x, y, z, n \in \mathbb{N}$ met $x^n + y^n = z^n$.
Door ggd weg te delen, kunnen we aannemen dat $\mathrm{ggd}(x, y, z) = 1$.
Dit geeft een ABC-drietal $(a, b, c) = (x^n, y^n, z^n)$

Fermat

Stelling (abc impliceert asymptotisch Fermat)

Neem aan: alle ABC-drietallen hebben kwaliteit $\leq Q$.
Dan geldt voor alle $x, y, z, n \in \mathbb{N}$:

$$n \geq 3Q \quad \Rightarrow \quad x^n + y^n \neq z^n.$$

Bewijs. Laat $x, y, z, n \in \mathbb{N}$ met $x^n + y^n = z^n$.
Door ggd weg te delen, kunnen we aannemen dat $\mathrm{ggd}(x, y, z) = 1$.
Dit geeft een ABC-drietal $(a, b, c) = (x^n, y^n, z^n)$ met

$$\mathrm{rad}(abc) = \mathrm{rad}(x^n y^n z^n) = \mathrm{rad}(xyz) \leq xyz < z^3,$$

Fermat

Stelling (abc impliceert asymptotisch Fermat)

Neem aan: alle ABC-drietallen hebben kwaliteit $\leq Q$.
Dan geldt voor alle $x, y, z, n \in \mathbb{N}$:

$$n \geq 3Q \quad \Rightarrow \quad x^n + y^n \neq z^n.$$

Bewijs. Laat $x, y, z, n \in \mathbb{N}$ met $x^n + y^n = z^n$.
Door ggd weg te delen, kunnen we aannemen dat $\mathrm{ggd}(x, y, z) = 1$.
Dit geeft een ABC-drietal $(a, b, c) = (x^n, y^n, z^n)$ met

$$\mathrm{rad}(abc) = \mathrm{rad}(x^n y^n z^n) = \mathrm{rad}(xyz) \leq xyz < z^3,$$

$$q(a, b, c) = \frac{\log(c)}{\log(\mathrm{rad}(abc))} > \frac{\log(z^n)}{\log(z^3)} = \frac{n}{3}.$$

Fermat

Stelling (abc impliceert asymptotisch Fermat)

Neem aan: alle ABC-drietallen hebben kwaliteit $\leq Q$.
Dan geldt voor alle $x, y, z, n \in \mathbb{N}$:

$$n \geq 3Q \quad \Rightarrow \quad x^n + y^n \neq z^n.$$

Bewijs. Laat $x, y, z, n \in \mathbb{N}$ met $x^n + y^n = z^n$.
Door ggd weg te delen, kunnen we aannemen dat $\mathrm{ggd}(x, y, z) = 1$.
Dit geeft een ABC-drietal $(a, b, c) = (x^n, y^n, z^n)$ met

$$\mathrm{rad}(abc) = \mathrm{rad}(x^n y^n z^n) = \mathrm{rad}(xyz) \leq xyz < z^3,$$

$$q(a, b, c) = \frac{\log(c)}{\log(\mathrm{rad}(abc))} > \frac{\log(z^n)}{\log(z^3)} = \frac{n}{3}.$$

Aanname geeft $Q \geq q(a, b, c)$,

Fermat

Stelling (abc impliceert asymptotisch Fermat)

Neem aan: alle ABC-drietallen hebben kwaliteit $\leq Q$.
Dan geldt voor alle $x, y, z, n \in \mathbb{N}$:

$$n \geq 3Q \quad \Rightarrow \quad x^n + y^n \neq z^n.$$

Bewijs. Laat $x, y, z, n \in \mathbb{N}$ met $x^n + y^n = z^n$.
Door ggd weg te delen, kunnen we aannemen dat $\operatorname{ggd}(x, y, z) = 1$.
Dit geeft een ABC-drietal $(a, b, c) = (x^n, y^n, z^n)$ met

$$\operatorname{rad}(abc) = \operatorname{rad}(x^n y^n z^n) = \operatorname{rad}(xyz) \leq xyz < z^3,$$

$$q(a, b, c) = \frac{\log(c)}{\log(\operatorname{rad}(abc))} > \frac{\log(z^n)}{\log(z^3)} = \frac{n}{3}.$$

Aanname geeft $Q \geq q(a, b, c)$, dus $Q > n/3$,

Fermat

Stelling (abc impliceert asymptotisch Fermat)

Neem aan: alle ABC-drietallen hebben kwaliteit $\leq Q$*.*
Dan geldt voor alle $x, y, z, n \in \mathbb{N}$*:*

$$n \geq 3Q \quad \Rightarrow \quad x^n + y^n \neq z^n.$$

Bewijs. Laat $x, y, z, n \in \mathbb{N}$ met $x^n + y^n = z^n$.
Door ggd weg te delen, kunnen we aannemen dat $\mathrm{ggd}(x, y, z) = 1$.
Dit geeft een ABC-drietal $(a, b, c) = (x^n, y^n, z^n)$ met

$$\mathrm{rad}(abc) = \mathrm{rad}(x^n y^n z^n) = \mathrm{rad}(xyz) \leq xyz < z^3,$$

$$q(a, b, c) = \frac{\log(c)}{\log(\mathrm{rad}(abc))} > \frac{\log(z^n)}{\log(z^3)} = \frac{n}{3}.$$

Aanname geeft $Q \geq q(a, b, c)$, dus $Q > n/3$, oftewel

$$n < 3Q.$$

QED

Gegeneraliseerd Fermat

Voor exponenten $p, q, r \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ beschouw vergelijking

$$x^p + y^q = z^r, \quad x, y, z \in \mathbb{N}, \quad \text{ggd}(x, y, z) = 1.$$

Gegeneraliseerd Fermat

Voor exponenten $p, q, r \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ beschouw vergelijking

$$x^p + y^q = z^r, \quad x, y, z \in \mathbb{N}, \quad \mathrm{ggd}(x, y, z) = 1.$$

Vermoeden (gegeneraliseerd Fermat, Beal US$1 000 000 prijs)

Voor alle $x, y, z, p, q, r \in \mathbb{N}$ met $p, q, r > 2$ en $\mathrm{ggd}(x, y, z) = 1$:

$$x^p + y^q \neq z^r.$$

Gegeneraliseerd Fermat

Voor exponenten $p, q, r \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ beschouw vergelijking

$$x^p + y^q = z^r, \quad x, y, z \in \mathbb{N}, \quad \text{ggd}(x, y, z) = 1.$$

Vermoeden (gegeneraliseerd Fermat, Beal US$1 000 000 prijs)

Voor alle $x, y, z, p, q, r \in \mathbb{N}$ *met* $p, q, r > 2$ *en* $\text{ggd}(x, y, z) = 1$*:*

$$x^p + y^q \neq z^r.$$

Stelling (abc impliceert asymptotisch gegeneraliseerd Fermat)

Neem aan: alle ABC-drietallen hebben kwaliteit $\leq Q$*.*
Dan geldt voor alle $x, y, z, p, q, r \in \mathbb{N}$ *met* $\text{ggd}(x, y, z) = 1$*:*

$$\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right)^{-1} \geq Q \quad \Rightarrow \quad x^p + y^q \neq z^r.$$

Gegeneraliseerd Fermat

Voor exponenten $p, q, r \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ beschouw vergelijking

$$x^p + y^q = z^r, \quad x, y, z \in \mathbb{N}, \quad \operatorname{ggd}(x, y, z) = 1.$$

Vermoeden (gegeneraliseerd Fermat, Beal US$1 000 000 prijs)

Voor alle $x, y, z, p, q, r \in \mathbb{N}$ met $p, q, r > 2$ en $\operatorname{ggd}(x, y, z) = 1$:

$$x^p + y^q \neq z^r.$$

Stelling (abc impliceert asymptotisch gegeneraliseerd Fermat)

Neem aan: alle ABC-drietallen hebben kwaliteit $\leq Q$.
Dan geldt voor alle $x, y, z, p, q, r \in \mathbb{N}$ met $\operatorname{ggd}(x, y, z) = 1$:

$$\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right)^{-1} \geq Q \quad \Rightarrow \quad x^p + y^q \neq z^r.$$

Bewijs. Opgave . . .

Aanwijzingen

Meeste getaltheoreten denken dat het abc-vermoeden waar is.

Aanwijzingen

Meeste getaltheoreten denken dat het abc-vermoeden waar is.

Aanwijzingen:

Aanwijzingen

Meeste getaltheoreten denken dat het abc-vermoeden waar is.

Aanwijzingen:

- ABC-drietallen met grote kwaliteit vinden lijkt lastig

Aanwijzingen

Meeste getaltheoreten denken dat het abc-vermoeden waar is.

Aanwijzingen:

- ABC-drietallen met grote kwaliteit vinden lijkt lastig
- Impliceert veel ware en aannemelijke uitspraken
  (en geen onware zover we weten)

Aanwijzingen

Meeste getaltheoreten denken dat het abc-vermoeden waar is.

Aanwijzingen:

- ABC-drietallen met grote kwaliteit vinden lijkt lastig
- Impliceert veel ware en aannemelijke uitspraken
  (en geen onware zover we weten)
- Speciale gevallen

Aanwijzingen

Meeste getaltheoreten denken dat het abc-vermoeden waar is.

Aanwijzingen:

- ABC-drietallen met grote kwaliteit vinden lijkt lastig
- Impliceert veel ware en aannemelijke uitspraken (en geen onware zover we weten)
- Speciale gevallen
- Verklaring met *probabilistische heuristiek*, in trant van: groot natuurlijk getal n is priem met 'kans' van $1/\log n$

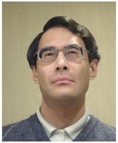
Aanwijzingen

Meeste getaltheoreten denken dat het abc-vermoeden waar is.

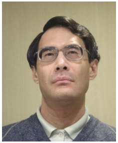
Aanwijzingen:

- ABC-drietallen met grote kwaliteit vinden lijkt lastig
- Impliceert veel ware en aannemelijke uitspraken (en geen onware zover we weten)
- Speciale gevallen
- Verklaring met *probabilistische heuristiek*, in trant van: groot natuurlijk getal n is priem met ‘kans’ van $1/\log n$
- Waar in analoge getalsystemen (polynoomringen)

Bewijs?

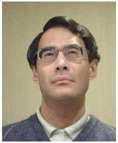


Bewijs?



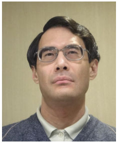
- 30 augustus 2012: Shinichi Mochizuki publiceert 4 artikelen 'Inter-universal Teichmuller Theory I,II,II,IV' op eigen website

Bewijs?



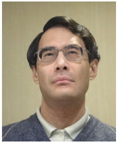
- 30 augustus 2012: Shinichi Mochizuki publiceert 4 artikelen 'Inter-universal Teichmuller Theory I,II,II,IV' op eigen website
- Ruim 500 pagina's *exotische* (inter-universele?) meetkunde

Bewijs?



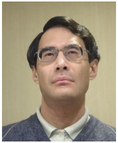
- 30 augustus 2012: Shinichi Mochizuki publiceert 4 artikelen 'Inter-universal Teichmuller Theory I,II,II,IV' op eigen website
- Ruim 500 pagina's *exotische* (inter-universele?) meetkunde
- abc-vermoeden zou direct gevolg van de algemene theorie zijn

Bewijs?



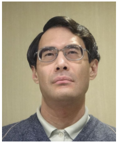
- 30 augustus 2012: Shinichi Mochizuki publiceert 4 artikelen 'Inter-universal Teichmuller Theory I,II,II,IV' op eigen website
- Ruim 500 pagina's *exotische* (inter-universele?) meetkunde
- abc-vermoeden zou direct gevolg van de algemene theorie zijn, via *Szpiro vermoeden* over *elliptische krommen*

Bewijs?



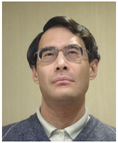
- 30 augustus 2012: Shinichi Mochizuki publiceert 4 artikelen 'Inter-universal Teichmuller Theory I,II,II,IV' op eigen website
- Ruim 500 pagina's *exotische* (inter-universele?) meetkunde
- abc-vermoeden zou direct gevolg van de algemene theorie zijn, via *Szpiro vermoeden* over *elliptische krommen*
- Meer dan 10 jaar aan gewerkt

Bewijs?



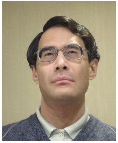
- 30 augustus 2012: Shinichi Mochizuki publiceert 4 artikelen ‘Inter-universal Teichmuller Theory I,II,II,IV’ op eigen website
- Ruim 500 pagina’s *exotische* (inter-universele?) meetkunde
- abc-vermoeden zou direct gevolg van de algemene theorie zijn, via *Szpiro vermoeden* over *elliptische krommen*
- Meer dan 10 jaar aan gewerkt
- Berust op nog eens honderden pagina’s eigen werk

Bewijs?



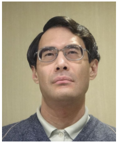
- 30 augustus 2012: Shinichi Mochizuki publiceert 4 artikelen 'Inter-universal Teichmuller Theory I,II,II,IV' op eigen website
- Ruim 500 pagina's *exotische* (inter-universele?) meetkunde
- abc-vermoeden zou direct gevolg van de algemene theorie zijn, via *Szpiro vermoeden* over *elliptische krommen*
- Meer dan 10 jaar aan gewerkt
- Berust op nog eens honderden pagina's eigen werk
- Duidelijk overzicht van bewijs ontbreekt

Bewijs?



- 30 augustus 2012: Shinichi Mochizuki publiceert 4 artikelen 'Inter-universal Teichmuller Theory I,II,II,IV' op eigen website
- Ruim 500 pagina's *exotische* (inter-universele?) meetkunde
- abc-vermoeden zou direct gevolg van de algemene theorie zijn, via *Szpiro vermoeden* over *elliptische krommen*
- Meer dan 10 jaar aan gewerkt
- Berust op nog eens honderden pagina's eigen werk
- Duidelijk overzicht van bewijs ontbreekt
- Inmiddels enige conferenties gehouden over werk van Mochizuki (schijnbaar met wisselend succes)

Bewijs?



- 30 augustus 2012: Shinichi Mochizuki publiceert 4 artikelen 'Inter-universal Teichmuller Theory I,II,II,IV' op eigen website
- Ruim 500 pagina's *exotische* (inter-universele?) meetkunde
- abc-vermoeden zou direct gevolg van de algemene theorie zijn, via *Szpiro vermoeden* over *elliptische krommen*
- Meer dan 10 jaar aan gewerkt
- Berust op nog eens honderden pagina's eigen werk
- Duidelijk overzicht van bewijs ontbreekt
- Inmiddels enige conferenties gehouden over werk van Mochizuki (schijnbaar met wisselend succes)
- Consensus over bewijsclaim lijkt nog ver weg ...

Bedankt voor de aandacht!